



TUGAS AKHIR - SM141501

**PERAMALAN CURAH HUJAN DENGAN MENYERTAKAN
DETEKSI PERUBAHAN IKLIM DAN POLA HUBUNGAN
TERHADAP PRODUKSI PADI DI TABANAN BALI**

I GUSTI AYU RISKHA SRI ASTARI
NRP 06111440000033

Dosen Pembimbing:
Endah Rokhmati M.P., Ph.D.
Dra. Nuri Wahyuningsih, M.Kes

DEPARTEMEN MATEMATIKA
Fakultas Matematika, Komputasi, dan Sains Data
Institut Teknologi Sepuluh Nopember
Surabaya 2018

"Halaman ini sengaja dikosongkan."



FINAL PROJECT - SM141501

**RAINFALL FORECASTING WITH CLIMATE CHANGE
DETECTION AND PATTERN OF RELATIONSHIP WITH
RICE PRODUCTION IN TABANAN BALI**

I GUSTI AYU RISKHA SRI ASTARI
NRP 06111440000033

Supervisor:
Endah Rokhmati M.P., Ph.D.
Dra. Nuri Wahyuningsih, M.Kes

DEPARTEMENT OF MATHEMATICS
Faculty of Mathematics, Computations, and Data Sciences
Sepuluh Nopember Institute of Technology
Surabaya 2018

"Halaman ini sengaja dikosongkan."

LEMBAR PENGESAHAN

PERAMALAN CURAH HUJAN DENGAN MENYERTAKAN DETEKSI PERUBAHAN IKLIM DAN POLA HUBUNGAN TERHADAP PRODUKSI PADI DI TABANAN BALI

RAINFALL FORECASTING WITH CLIMATE CHANGE DETECTION AND PATTERN OF RELATIONSHIP WITH RICE PRODUCTION IN TABANAN BALI

Diajukan Untuk Memenuhi Salah Satu Syarat
Untuk Memperoleh Gelar Sarjana Sains
pada

Bidang Studi Matematika Terapan
Program Studi S-1 Departemen Matematika
Fakultas Matematika, Komputasi, dan Sains Data
Institut Teknologi Sepuluh Nopember Surabaya

Oleh :

I GUSTI AYU RISKI SRI ASTARI

NRP. 06111440000033

Menyetujui,

Dosen Pembimbing II,

Dosen Pembimbing I,


Dra. Nuri Wahyuningsih, M.Kes

NIP. 19650220198903 2 002


Endang Rokhmah M.P., Ph.D

NIP. 19761213 200212 2 001



Mengetahui,
Kepala Departemen Matematika
FMSD ITS


Dr. Imam Mukhlash, S.Si, MT

NIP. 19700831 199403 1 003

Surabaya, Januari 2018

”Halaman ini sengaja dikosongkan.”

PERAMALAN CURAH HUJAN DENGAN MENYERTAKAN DETEKSI PERUBAHAN IKLIM DAN POLA HUBUNGAN TERHADAP PRODUKSI PADI DI TABANAN BALI

Nama Mahasiswa : I GUSTI AYU RISKA SRI ASTARI
NRP : 06111440000033
Jurusan : Matematika FMKSD ITS
Pembimbing : 1. Endah Rokhmati M.P., Ph.D.
2. Dra. Nuri Wahyuningsih, M.Kes

Abstrak

Salah satu provinsi yang memiliki potensi di bidang pertanian adalah Bali, dimana berdasarkan data BPS menyebutkan Tabanan Bali adalah daerah yang mampu memberikan kontribusi terbesar produksi padi di Bali. Curah hujan memiliki pengaruh yang besar bagi produksi padi di Tabanan Bali. Hasil penelitian menunjukkan bahwa model yang terbaik untuk peramalan curah hujan di Tabanan Bali adalah model SARIMA([1, 2, 6], 1, 0)(0, 1, 1)¹², pada model tersebut menandakan bahwa adanya pola musiman pada data curah hujan di Tabanan Bali. Pada penelitian selanjutnya, berdasarkan data curah hujan dan hasil ramalannya didapatkan bahwa adanya perubahan iklim pada jangka waktu tersebut. Dilihat dari perubahan distribusi GPD yang terjadi pada periode I dan periode II yang ditunjukkan pada nilai parameter bentuk periode I bernilai $\hat{k} = 0.1650$ dan nilai parameter bentuk periode II bernilai $\hat{k} = -0.2849$. Penelitian yang terakhir dimana dilakukan analisa terhadap pola hubungan curah hujan dan produksi padi. Hasil analisa menunjukkan bahwa struktur dependensi antara curah hujan dan produksi padi mengikuti jenis Copula Clayton yang memiliki tail dependensi kebawah artinya kejadian penurunan intensitas pada curah hujan dapat mempengaruhi penurunan produksi padi di Tabanan Bali.

Kata Kunci :Produksi Padi, Curah Hujan, SARIMA, Copula Clayton, GPD, Tabanan Bali.

”Halaman ini sengaja dikosongkan.”

RAINFALL FORECASTING WITH CLIMATE CHANGE DETECTION AND PATTERN OF RELATIONSHIP WITH RICE PRODUCTION IN TABANAN BALI

Name : I GUSTI AYU RISKA SRI ASTARI
NRP : 06111440000033
Departement : Mathematics FMKSD-ITS
Supervisors : 1. Endah Rokhmati M.P., Ph.D.
2. Dra. Nuri Wahyuningsih, M.Kes

Abstract

One of the provinces that has potential in agriculture is Bali, where based on BPS data mention Tabanan Bali is the region that is able to give the largest contribution of rice production in Bali. Rainfall has a major impact on rice production in Tabanan Bali. The results show that the best model for rainfall forecasting in Tabanan Bali is SARIMA model $([1, 2, 6], 1, 0)(0, 1, 1)^{12}$, the model indicates that the seasonal pattern on rainfall data in Tabanan Bali. In next research, based on rainfall data and forecast results found that the existence of climate change in that time period. The change of GPD occurring in period I and period II which is shown in the value of parameter in period I is $\hat{k} = 0.1650$ and the value of parameter in period II is $\hat{k} = -0.2849$. The most recent research in which the analysis of the patterns of relationship between rainfall and rice production are analyzed. The result of analysis shows dependency structure between rainfall and rice production follows Copula Clayton type which has tail dependency down means that the incidence of decreasing intensity in rainfall can influence the decrease of rice production in Tabanan Bali.

Keywords :Rice Production, Rainfall, SARIMA, Copula Clayton, GPD, Tabanan Bali.

”Halaman ini sengaja dikosongkan.”

KATA PENGANTAR

Puji syukur kehadapan Tuhan Yang Maha Esa karena atas anugrah-Nya, sehingga penulis dapat menyelesaikan dengan baik tugas akhir ini yang berjudul

”PERAMALAN CURAH HUJAN DENGAN MENYERTAKAN DETEKSI PERUBAHAN IKLIM DAN POLA HUBUNGAN TERHADAP PRODUKSI PADI DI TABANAN BALI”

sebagai salah satu syarat kelulusan Program Sarjana Departemen Matematika FMKSD Institut Teknologi Sepuluh Nopember (ITS) Surabaya.

Tugas akhir ini dapat terselesaikan dengan baik berkat bantuan dan dukungan dari berbagai pihak. Oleh karena itu, penulis ingin menyampaikan ucapan terima kasih dan penghargaan kepada:

1. Bapak Dr. Imam Mukhlash, MT selaku Ketua Departemen Matematika FMKSD ITS.
2. Ibu Endah Rokhmati M.P., S.Si, MT, Ph.D, dan Ibu Dra. Nuri Wahyuningsih, M.Kes selaku dosen pembimbing atas segala bimbingan serta motivasinya kepada penulis dalam mengerjakan tugas akhir sehingga dapat terselesaikan dengan baik.
3. Bapak Drs. Iis Herisman, M.Si selaku koordinator tugas akhir dan Mas Ali yang selalu memberikan banyak informasi mengenai tugas akhir.
4. Bapak Drs. Sentot Didik Surjanto, M.Si selaku dosen wali yang memberikan arahan akademik selama penulis menempuh pendidikan di Departemen Matematika FMKSD ITS.

5. Bapak dan Ibu dosen serta para staf Departemen Matematika FMKSD ITS yang tidak dapat penulis sebutkan satu-persatu.
6. Ajik I Gusti Ngurah Dwi Antara Wirawan dan Ibu Gusti Ayu Manik Sri Mahayuni selaku orangtuaku tercinta serta keluarga besar yang selalu mendoakan, menguatkan, serta mendukung penulis sehingga penulis bisa sampai saat ini.
7. Windy, Dian dan teman-teman AKSIOMA 14 yang selalu memberikan doa, semangat, dan dukungan kepada penulis.
8. Ayu Krisna, Kak Meranggi, Reza, Nuke, Nadia, Fifi, Anggita, Mida, Luh dan Kak Amel yang memberikan bantuan selama pengerjaan tugas akhir ini.
9. Semua pihak yang tidak bisa disebutkan satu-persatu. Terima kasih atas doa dan dukungan kepada penulis sampai dengan selesainya program ini.

Penulis juga menyadari bahwa dalam tugas akhir ini masih terdapat kekurangan. Oleh sebab itu, kritik dan saran yang bersifat membangun sangat penulis harapkan demi kesempurnaan tugas akhir ini. Akhir kata, penulis berharap semoga tugas akhir ini dapat membawa manfaat bagi banyak pihak.

Surabaya, Januari 2018

Penulis

DAFTAR ISI

HALAMAN JUDUL	i	
ABSTRAK	vi	
ABSTRACT	viii	
KATA PENGANTAR	x	
DAFTAR ISI	xv	
DAFTAR GAMBAR	xviii	
DAFTAR TABEL	xix	
DAFTAR LAMPIRAN	xxi	
BAB I	PENDAHULUAN	1
1.1	Latar Belakang Masalah	1
1.2	Rumusan Masalah	3
1.3	Batasan Masalah	4
1.4	Tujuan	4
1.5	Manfaat	4
1.6	Sistematika Penulisan	5
BAB II	TINJAUAN PUSTAKA	7
2.1	Penelitian Terdahulu	7
2.2	Metode Arima	8
2.3	Model Seasonal Autoregressive Integrated Moving Average (SARIMA)	8
2.4	Stasioneritas Model ARIMA	9
2.5	Identifikasi Model ARIMA	11
2.6	Estimasi Parameter Model ARIMA	11

2.7	Uji Signifikansi Parameter	14
2.8	Uji Diagnostik	15
2.9	<i>Overfitting</i>	16
2.10	Pemilihan Model Terbaik	16
2.11	<i>Generalized Pareto Distribution</i> (GPD).....	17
2.11.1	<i>Maximum Likelihood Estimation</i> (MLE) ..	18
2.11.2	Selang Kepercayaan Estimasi Parameter ..	18
2.11.3	Uji Kesesuaian Distribusi	18
2.12	Konsep Copula	19
2.12.1	Keluarga Copula	19
2.12.2	Transformasi Copula ke Domain Uniform[0,1]	20
2.12.3	Estimasi Parameter Copula Archimedean .	21
2.12.4	Dependensi	21
2.12.5	Pengujian Estimasi Parameter Copula	22
BAB III	METODE PENELITIAN	25
BAB IV	ANALISA DAN PEMBAHASAN	33
4.1	Peramalan Curah Hujan di Tabanan Bali	33
4.1.1	Tahap Penaksiran dan Pengujian	39
4.1.2	Uji Diagnostik	40
4.2	Karakteristik Curah Hujan di Tabanan Bali Pos Candikuning	48
4.3	Penentuan Nilai <i>Threshold</i>	50
4.4	Estimasi Parameter <i>Generalized Pareto Distribution</i> dengan MLE	51
4.5	Identifikasi Hubungan Curah Hujan dan Produksi Padi di Tabanan Bali	57
4.6	Estimasi Parameter Copula dengan Pendekatan Tau Kendall	60
4.7	<i>Fitting</i> Copula Archimedean dengan Nilai Log- Likelihood	71

BAB V	Penutup	75
5.1	Kesimpulan	75
5.2	Saran	76
DAFTAR PUSTAKA		77
LAMPIRAN		79

”Halaman ini sengaja dikosongkan.”

DAFTAR GAMBAR

Gambar 3.1	Diagram Alir Pengerjaan Tugas Akhir	28
Gambar 3.2	Diagram Alir Pengerjaan Peramalan Curah Hujan (A)	29
Gambar 3.3	Diagram Alir Pengerjaan Deteksi Perubahan Iklim di Tabanan Bali (B)	30
Gambar 3.4	Diagram Alir Pengerjaan Identifikasi Pola Hubungan antara Produksi Padi dan Curah Hujan (C)	31
Gambar 4.1	Pola Data Curah Hujan di Tabanan Bali . . .	33
Gambar 4.2	<i>Time Series Plot</i> dari Data Curah Hujan . .	34
Gambar 4.3	Blox-Plot Data Curah Hujan	35
Gambar 4.4	Blox-Plot Data Transformasi Box-Cox Curah Hujan	36
Gambar 4.5	Plot ACF pada hasil transformasi Box-Cox terhadap data curah hujan	36
Gambar 4.6	Plot ACF <i>differencing</i> lag 1	37
Gambar 4.7	Plot ACF <i>differencing</i> pada lag 12	37
Gambar 4.8	Plot PACF <i>differencing</i> pada lag 12	38
Gambar 4.9	Hasil plot <i>Time Series</i> Data Transformasi Curah Hujan <i>Differencing</i> pada lag 12	39
Gambar 4.10	Pola Data Curah Hujan di Tabanan Bali . . .	48
Gambar 4.11	Histogram Curah Hujan di Tabanan Bali Periode I (2008-2012)	49
Gambar 4.12	Histogram Curah Hujan di Tabanan Bali Periode II (2013-2017)	50
Gambar 4.13	<i>Scatterplot</i> data Produksi Padi dan Curah Hujan	58

Gambar 4.14	<i>Scatterplot</i> antara Produksi Padi dan Curah Hujan pada UNIF(0,1)	58
-------------	--	----

DAFTAR TABEL

Tabel 2.1	Transformasi <i>Box-Cox</i>	10
Tabel 2.2	Karakteristik Teoritis Model ARIMA	11
Tabel 2.3	Keluarga Copula Archimedean	20
Tabel 4.1	Estimasi dan Pengujian Signifikansi Parameter Model Dugaan SARIMA terhadap Curah Hujan di Tabanan Bali	42
Tabel 4.2	Uji Asumsi Normalitas	44
Tabel 4.3	Uji <i>White Noise</i>	44
Tabel 4.4	Hasil Ramalan Curah Hujan di Tabanan Bali Tahun 2017	47
Tabel 4.5	Statistika Deskriptif Hasil Peramalan Curah Hujan	47
Tabel 4.6	Perhitungan MSE, RMSE dan MAPE	47
Tabel 4.7	Statistika Deskriptif Curah Hujan(mm/hari)	48
Tabel 4.8	Nilai Threshold pada Data Curah Hujan	50
Tabel 4.9	Hasil Estimasi Parameter GPD pada Data Curah Hujan Tabanan Bali	55
Tabel 4.10	Hasil Test <i>Kolmogorov Smirnov</i>	56
Tabel 4.11	Nilai Korelasi Tau Kendall	59
Tabel 4.12	Estimasi Parameter Copula Archimedean	65
Tabel 4.13	Hasil Estimasi Parameter Copula Archimedean dengan Pendekatan Tau Kendall	65
Tabel 4.14	Hasil <i>Fitting</i> Copula dengan MLE	74

"Halaman ini sengaja dikosongkan."

DAFTAR LAMPIRAN

LAMPIRAN A <i>Listing Program</i> Matlab dari Proses Peramalan Curah Hujan dengan Metode ARIMA di Tabanan Bali	79
LAMPIRAN B <i>Listing Program</i> SAS untuk Identifikasi Model ARIMA untuk Peramalan Curah Hujan di Tabanan Bali	81
LAMPIRAN C <i>Running Program</i> SAS untuk Identifikasi Model ARIMA untuk Peramalan Curah Hujan di Tabanan Bali	83
LAMPIRAN D <i>Listing Program</i> Matlab untuk Proses Identifikasi Perubahan Iklim di Tabanan Bali dengan GPD Periode I	85
LAMPIRAN E <i>Listing Program</i> Matlab untuk Proses Identifikasi Perubahan Iklim di Tabanan Bali dengan GPD Periode II	87
LAMPIRAN F <i>Listing Program</i> Matlab untuk Proses Identifikasi Pola Hubungan Produksi Padi dan Curah Hujan dengan Copula	89
LAMPIRAN G <i>Listing Program</i> Matlab untuk Estimasi Copula dengan Tau Kendall	93
LAMPIRAN H Biodata Penulis	95

"Halaman ini sengaja dikosongkan."

BAB I

PENDAHULUAN

Pada bab ini dipaparkan mengenai latar belakang masalah, rumusan masalah, batasan masalah, tujuan, manfaat, dan sistematika penulisan dari Tugas Akhir ini.

1.1 Latar Belakang Masalah

Bali merupakan salah satu provinsi yang memiliki potensi dalam bidang pertanian dimana sistem Subak merupakan sistem pertanian Bali yang dikenal di dunia. Sektor pertanian di daerah Bali merupakan sektor menyumbangkan pendapatan daerah terbesar kedua setelah sektor pariwisata[1]. Berdasarkan data Badan Pusat Statistik (BPS) Provinsi Bali, pada tahun 2013 sektor pertanian Bali mempunyai kontribusi yang besar terhadap Produk Domestik Regional Bruto (PDRB) Provinsi Bali yaitu sebesar 16,82 %, dimana salah satu daerah pemasok padi terbesar terletak pada Kabupaten Tabanan [2]. Menurut BPS pada tahun 2014, Kabupaten Tabanan mampu memberikan kontribusi terbesar produksi padi di Bali, yakni sebesar 24,97% atau sekitar 214.203 ton dari total produksi sebanyak 857.944 ton gabah kering giling (GKG)[2].

Produksi padi di Bali tahun 2015 tercatat sebesar 853.710 ton GKG atau mengalami penurunan sebesar 4.234 ton GKG (0,49 %) dibandingkan tahun 2014. Penurunan produksi padi yang relatif tinggi terjadi di Kabupaten Tabanan sebesar 20.082 ton GKG (9,38 %)[2]. Penurunan produksi padi di Bali selama tahun 2015 dominan disebabkan adanya penurunan luas panen sebesar 5.312 hektar (3,72 %) yang terjadi di 5 (lima) kabupaten yaitu Tabanan, Badung, Bangli, Karangasem, dan Buleleng. Penurunan luas panen tertinggi terjadi di Kabupaten Tabanan seluas 4.518 hektar (12,25 %)[2]. Penurunan

luas panen ini juga disebut dengan kegagalan panen. Salah satu faktor penyebab terjadinya kegagalan panen, khususnya tanaman padi yaitu faktor iklim terutama iklim ekstrim. Curah hujan adalah salah satu unsur iklim di Indonesia yang mempengaruhi kegagalan panen. Curah hujan merupakan salah satu faktor yang sangat penting dalam proses produksi padi, hal ini karena jika intensitas curah hujan terlalu rendah, produksi padi sawah akan mengalami penurunan secara drastis. Jika hal ini terus terjadi, maka akan mengakibatkan kerawanan pangan bagi masyarakat.

Proses peramalan curah hujan diperlukan untuk mendukung kebijakan pemerintah dalam penanganan isu pangan terutama terkait masalah iklim bagi pengaruh produktivitas padi di Indonesia. Selain itu, peramalan curah hujan juga dapat membantu dalam memberi gambaran keadaan curah hujan untuk masa mendatang yang dapat digunakan sebagai acuan dalamantisipasi menghadapi kerawanan pangan bagi masyarakat. Metode peramalan yang berkembang dan masih digunakan untuk meramalkan suatu data deret waktu saat ini adalah *Autoregressive Integrated Moving Average* (ARIMA), dimana model ARIMA ini adalah model stokastik yang digunakan untuk meramalkan sesuatu yang berkaitan dengan *time series*.

Variasi curah hujan pada masa ini akan memberi pengaruh pada produksi tanaman pertanian. Pengaruh iklim terhadap produksi pertanian disetiap wilayah tentu berbeda yang dipengaruhi oleh letak geografis, topografi, dan juga bahan induk pada suatu wilayah[3]. Data iklim menjadi informasi yang bermanfaat untuk mengetahui tingkat pengaruh terhadap produksi padi sehingga kemudian dapat menetapkan langkah tepat dalam hal pengelolaan pertanian sebagai upaya peningkatan produksi. Intensitas curah hujan digunakan oleh peneliti sebagai tanda mengidentifikasi terjadinya perubahan iklim di suatu wilayah, dimana perubahan iklim adalah perubahan jangka panjang dalam distribusi pola cuaca secara statistik dalam periode waktu mulai dasawarsa (10 tahun) hingga jutaan tahun[3]. Oleh karena curah hujan memiliki kejadian yang ekstrem, sehingga untuk

mengidentifikasi perubahan iklim dapat menggunakan pendekatan nilai *Extreme Value Theory* (EVT) dengan mengestimasi parameter *Generalized Pareto Distribution* (GPD) yang dapat digunakan dalam mengidentifikasi perubahan iklim dengan melihat perubahan tipe distribusi antar periode waktu serta besar parameter distribusi EVT-nya. Curah hujan dikatakan dapat memberikan pengaruh terhadap produksi padi sehingga peneliti melakukan identifikasi terhadap pola hubungan produksi padi dan curah hujan menggunakan estimasi parameter Copula, dimana Copula merupakan salah satu metode yang mempunyai banyak manfaat yaitu menggambarkan hubungan antar variabel tanpa asumsi distribusi dengan marginal yang berbeda, menunjukkan hubungan dependensi pada titik-titik ekstrim dengan jelas dan memodelkan *tail dependensinya*[13].

Oleh karena itu, dalam tugas akhir ini dilakukan peramalan curah hujan menggunakan metode ARIMA, kemudian melakukan identifikasi perubahan iklim dengan mengestimasi suatu parameter *Generalized Pareto Distribution* (GPD) serta untuk mengetahui pola hubungan antara curah hujan dan produksi padi menggunakan suatu estimasi parameter Copula yang digunakan sebagai gambaran dalam upaya peningkatan produktivitas terhadap produksi padi di wilayah Kabupaten Tabanan Bali.

1.2 Rumusan Masalah

Rumusan masalah dalam tugas akhir ini yaitu :

1. Bagaimana pembentukan model ARIMA dan hasil proses peramalan curah hujan di Tabanan Bali pada tahun 2017 ?
2. Bagaimana identifikasi perubahan iklim di Tabanan Bali dengan melihat perubahan tipe distribusi dari *Generalized Pareto Distribution* (GPD)?
3. Bagaimana pola hubungan antara produksi padi dan curah hujan di Tabanan Bali dengan estimasi parameter Copula ?

1.3 Batasan Masalah

Batasan permasalahan yang dibahas dalam tugas akhir ini yaitu :

1. Data yang digunakan merupakan data bulanan dari curah hujan (2007-2016) dan produksi padi (2013-2016) di Tabanan Bali.
2. *Missing Data* untuk data curah hujan diabaikan.
3. Parameter iklim yang digunakan adalah curah hujan.
4. Curah hujan sebagai faktor yang mempengaruhi produktivitas produksi padi di Tabanan Bali.
5. Estimasi parameter *Generalized Pareto Distribution* menggunakan *Maximum Likelihood Estimation* (MLE).
6. Estimasi parameter Copula dengan pendekatan Tau Kendall.

1.4 Tujuan

Tujuan dalam tugas akhir ini yaitu :

1. Mendapatkan model peramalan curah hujan menggunakan metode ARIMA dan hasil peramalannya untuk tahun 2017.
2. Untuk mengetahui adanya perubahan iklim di Tabanan Bali dengan melihat perubahan tipe distribusi dari *Generalized Pareto Distribution* (GPD).
3. Mendapatkan pola hubungan antara produksi padi dan curah hujan dengan estimasi parameter Copula.

1.5 Manfaat

Manfaat yang bisa diperoleh dalam tugas akhir ini yaitu :

1. Sebagai salah satu alternatif untuk mendapatkan gambaran tentang pola curah hujan untuk tahun selanjutnya, yang nantinya digunakan sebagai solusi untuk mengantisipasi kerawanan pangan di Tabanan Bali.

2. Sebagai informasi tambahan mengetahui perubahan iklim dengan melihat perubahan tipe distribusi dari *Generalized Pareto Distribution* (GPD).
3. Sebagai informasi tambahan mengenai estimasi parameter Copula untuk melihat pola hubungan dua variabel.

1.6 Sistematika Penulisan

Tugas akhir ini secara keseluruhan terdiri dari lima bab dan lampiran, secara garis besar dalam masing-masing bab dibahas hal-hal sebagai berikut:

1. BAB I PENDAHULUAN

Pada bab I dijelaskan gambaran umum dari penulisan tugas akhir yang meliputi latar belakang, rumusan masalah, batasan masalah, tujuan, manfaat, dan sistematika penulisan.

2. BAB II TINJAUAN PUSTAKA

Pada bab II diuraikan tentang teori-teori utama maupun materi penunjang yang terkait dengan permasalahan dalam tugas akhir, antara lain yaitu penelitian terdahulu, Metode Arima, *Generalized Pareto Distribution* (GPD), dan Konsep Copula. Teori-teori tersebut digunakan sebagai acuan dalam pengerjaan tugas akhir ini.

3. BAB III METODE PENELITIAN

Pada bab III dijelaskan tahapan-tahapan yang dilakukan dalam pengerjaan tugas akhir. Tahapan tersebut adalah Pengumpulan Data; Studi Literatur; Pembentukan Model Peramalan ARIMA; Analisa Fungsi Estimasi GPD; Analisa Fungsi Estimasi Copula; Penarikan kesimpulan; Penulisan Laporan Tugas Akhir.

4. BAB IV ANALISIS DAN PEMBAHASAN

Pada Bab IV dibahas secara detail mengenai proses peramalan curah hujan dengan ARIMA, mengestimasi suatu parameter

Generalized Pareto Distribution dengan MLE serta mengestimasi parameter Copula Archimedean dengan Tau Kendall.

5. BAB V PENUTUP

Pada bab V berisi kesimpulan akhir yang diperoleh dari analisis dan pembahasan tugas akhir serta saran untuk pengembangan penelitian selanjutnya.

BAB II

TINJAUAN PUSTAKA

Pada bab ini dijelaskan tentang teori utama maupun materi penunjang yang terkait dengan permasalahan dalam tugas akhir ini seperti proses pembentukan model peramalan ARIMA, penentuan identifikasi perubahan iklim dengan estimasi parameter *Generalized Pareto Distribution* (GPD) serta penentuan pola hubungan produksi padi dan curah hujan dengan estimasi Copula. Teori-teori tersebut digunakan sebagai acuan dalam menyelesaikan tugas akhir ini.

2.1 Penelitian Terdahulu

Pada tugas akhir ini dilampirkan beberapa penelitian terdahulu yang relevan dengan permasalahan yang akan diteliti tentang analisis peramalan produksi padi, identifikasi pola hubungan curah hujan dan produksi padi serta identifikasi adanya perubahan iklim.

Penelitian tentang peramalan yang telah menggunakan metode ARIMA adalah Puspa yang melakukan peramalan produksi teh botol sosro dengan metode ARIMA BOX-JENKINS [12], menghasilkan suatu kesimpulan yaitu hasil nilai peramalan dengan model ARIMA $(2,1,2)(1, 1, 1)^3$ dan Ida Nurul Hidayati melakukan penelitian tentang Pengaruh Perubahan Iklim terhadap Produksi Pertanian dan Strategi Adaptasi pada Lahan Rawan Kekeringan [11], dimana salah satu kesimpulan yang diperoleh adalah melalui hasil analisis diketahui bahwa perubahan iklim digambarkan dengan keadaan kekeringan mempunyai pengaruh besar dalam menurunkan produksi pertanian.

Penelitian yang telah mengaplikasikan teori Copula adalah Udayani melakukan analisis hubungan produksi padi dan indikator ENSO dengan estimasi parameter Copula [13], dimana kesimpulan yang diperoleh adalah model untuk pola hubungan kejadian ekstrim

anomali SST Nino 3.4 dan produksi padi adalah keluarga Frank yang tidak memiliki ketergantungan ekor. Selanjutnya penelitian yang menggunakan teori Copula adalah penelitian yang dilakukan oleh Irwan Syahrir tentang estimasi parameter Copula dan aplikasinya pada klimatologi [8], dimana pada penelitian ini diperoleh model terbaik untuk pola hubungan antara kecepatan angin dengan tekanan udara yaitu keluarga Gumbel dan model terbaik untuk pola hubungan kecepatan angin dengan temperatur udara yaitu keluarga Clayton.

Penelitian yang telah mengaplikasikan teori *Extreme Value Theory* adalah Jaffarus Sodiq yang melakukan Pengukuran Risiko pada Klaim Asuransi X dengan Metode *Extreme Value Theory* dan *Generalized Pareto Distribution* [9], dimana diperoleh hasil nilai parameternya yang digunakan untuk mengukur risiko pada klaim asuransi.

2.2 Metode Arima

ARIMA (*Autoregressive Integrated Moving Average*) yaitu salah satu model yang digunakan dalam peramalan data time series yang bersifat non stasioner [14]. Secara umum model ARIMA (p,d,q) ditulis sebagai berikut.

$$\phi_p(B)(1-B)^d Y_t = \theta_o + \theta_q(B)a_t, \quad (2.1)$$

dengan :

p : orde dari AR

q : orde dari MA

$\phi_p(B)$: koefisien komponen AR orde

$(1-B)^d$: operator untuk *differencing* orde d

a_t : nilai residual.

2.3 Model Seasonal Autoregressive Integrated Moving Average (SARIMA)

Time series seasonal mempunyai karakteristik yang ditunjukkan oleh adanya korelasi beruntun yang kuat pada jarak semusim, yakni waktu yang berkaitan dengan observasi pada tiap periode musim.

Model berikut ini merupakan model untuk data yang mengandung pola *seasonal*. Secara umum bentuk model ARIMA Box Jenkins pola *seasonal* atau $ARIMA(p, d, q)(P, D, Q)^S$ sebagai berikut:

$$\phi_p(B)\Phi_p(B)^S(1-B)^d(1-B^S)^D Z_t = \phi_0 + \theta_q(B)\Theta_Q(B)^S a_t, \quad (2.2)$$

dengan :

p, d, q : tingkat AR, *differencing* dan MA *nonseasonal*

P, D, Q : tingkat AR, *differencing* dan MA *seasonal*

$(1-B)^d$: tingkat *differencing nonseasonal*

$(1-B)^D$: tingkat *differencing seasonal*

Z_t : data pada periode $t, t = 1, 2, 3, \dots, n$

a_t : *error* pada periode t

ϕ_0 : suatu konstanta

B : operator mundur (*backward*).

2.4 Stasioneritas Model ARIMA

Stasioneritas data *time series* adalah keadaan dimana proses pembangkitan yang mendasari suatu deret berkala didasarkan pada nilai tengah (mean) dan nilai varians yang konstan [14]. Suatu data *time series* Y_t bersifat stasioner dalam mean dan varians, maka mean dan varians tidak dipengaruhi oleh waktu pengamatan, dengan demikian diperoleh : Mean dari Y_t yaitu :

$$E(Y_t) = E(Y_{t+k}) = \mu. \quad (2.3)$$

Varians dari Y_t yaitu :

$$E(Y_t - \mu)^2 = E(Y_{t+k} - \mu)^2 = \sigma^2. \quad (2.4)$$

Auto kovarians merupakan kovarians antara Y_t dan Y_{t+k} yaitu :

$$Cov(Y_t, Y_{t+k}) = E[(Y_t - \mu)(Y_{t+k} - \mu)] = \gamma_k. \quad (2.5)$$

Pada sembarang nilai t dan k , dimana k adalah *time lag*.

Suatu deret waktu Y_t dikatakan tidak stasioner terhadap varians, jika Y_t berubah sejalan dengan perubahan level varians dimana c merupakan konstanta. Box dan Cox memberikan suatu transformasi terhadap varians yang tidak konstan dengan menggunakan power transformation sebagai berikut [14].

$$T(Y_t) = \frac{Y_t^\lambda - 1}{\lambda}, \lambda \neq 0. \quad (2.6)$$

λ merupakan parameter transformasi dan $T(Y_t)$ adalah Transformasi *Box-Cox*.

Transformasi *Box-Cox* adalah transformasi pangkat variabel tak bebas dimana variabel tak bebasnya bernilai positif. Box dan Cox mempertimbangkan kelas transformasi berparameter tunggal, yaitu λ yang dipangkatkan pada variabel tak bebas Y , sehingga transformasinya menjadi Y^λ , dimana λ adalah parameter yang perlu diduga.

Tabel 2.1: Transformasi *Box-Cox*

Estimasi λ	Transformasi
-1.0	$\frac{1}{Y_t}$
-0.5	$\frac{1}{\sqrt{Y_t}}$
0	$\ln(Y_t)$
0.5	$\sqrt{Y_t}$
1	Y_t (tidak ada transformasi)

Pengecekan stasioneritas data pengamatan pada mean secara umum dapat dilihat dari plot *Autocorrelation Function* (ACF). Jika suatu data *time series nonstasioner* maka data tersebut dapat dibuat mendekati stasioner dengan melakukan *differencing* (pembedaan) orde pertama dari data. Rumus untuk *differencing* orde pertama yaitu :

$$X'_t = X_t - X_{t-1}, \quad (2.7)$$

dengan :

X'_t adalah nilai variabel X pada waktu t setelah *differencing* .

2.5 Identifikasi Model ARIMA

Fungsi Autokorelasi atau *Autocorrelation Function* (ACF) merupakan suatu hubungan linier antara pengamatan Z_t dengan pengamatan Z_{t-k} [14].

$$\hat{\rho}_k = r_k = \frac{\sum_{t=1}^{t-k} (Z_t - \bar{Z})(Z_{t+k} - \bar{Z})}{\sum_{t=1}^n (Z_t - \bar{Z})^2}. \quad (2.8)$$

Fungsi autokorelasi parsial atau *partial autocorrelation function* (PACF) digunakan untuk menunjukkan besarnya hubungan antar nilai variabel yang sama dengan menganggap pengaruh dari semua kelambatan waktu yang lain adalah konstan.

$$\hat{\phi}_{kk} = \frac{r_k - \sum_{j=1}^{k-1} \phi_{k-1,j} r_{k-j}}{1 - \sum_{j=1}^{k-1} \phi_{k-1,j} r_j}. \quad (2.9)$$

Tabel 2.2: Karakteristik Teoritis Model ARIMA

Model	ACF	PACF
$AR(p)$	<i>Dies Down</i>	<i>Cut off</i> setelah lag p
$MA(q)$	<i>Cut off</i> setelah lag q	<i>Dies down</i>
$ARMA(p, q)$	<i>Dies down</i>	<i>Dies down</i>
$AR(p)$ atau $MA(q)$	<i>Cut off</i> setelah lag q	<i>Cut off</i> setelah lag p

2.6 Estimasi Parameter Model ARIMA

Tahap ini dilakukan untuk menentukan parameter pada model sementara. Untuk memperoleh nilai taksiran parameter yang optimal dapat digunakan metode kuadrat terkecil. Setelah parameter ditaksir,

selanjutnya dilakukan uji signifikansi parameter model. Metode kuadrat terkecil yaitu suatu metode yang digunakan mengestimasi parameter dengan meminimumkan jumlah kuadrat *error*. Jumlah kuadrat *error* pada persamaan *time series* tingkat satu analog dengan persamaan kuadrat error regresi linier sederhana, yaitu:

$$J = \sum_{i=1}^n (e_i)^2 = \sum_{i=1}^n (y_i - \hat{y}_i)^2, \quad (2.10)$$

untuk persamaan regresi sederhana yaitu :

$$\hat{y}_i = \alpha + \beta x_i, i = 1, 2, 3, \dots, n. \quad (2.11)$$

Sedangkan untuk *time series*, misalnya model AR(1) notasi y_i diganti dengan Z_t , x_i dengan Z_{t-1} , e_i dengan a_t , α dengan ϕ_0 dan β dengan ϕ_1 , sehingga persamaan menjadi :

$$J = \sum_{t=1}^n (a_t)^2 = \sum_{t=1}^n (Z_t - \hat{Z}_t)^2 \quad (2.12)$$

untuk model persamaan berikut:

$$\hat{Z}_t = \phi_0 + \phi_1 Z_{t-1} \quad (2.13)$$

dengan mensubstitusi pada persamaan (2.13) ke persamaan (2.12), maka jumlah kuadrat *error* menjadi:

$$J = \sum_{t=1}^n (a_t^2) = \sum_{t=1}^n (Z_t - \phi_0 - \phi_1 Z_{t-1})^2. \quad (2.14)$$

Meminimumkan kuadrat *error* berarti meminimumkan persamaan (2.14) dengan cara menurunkan terhadap parameter ϕ_0 dan ϕ_1 serta

menyamakan dengan nol.

$$\begin{aligned}
 \frac{\partial J}{\partial \phi_0} &= 0 \\
 \frac{\partial(\sum_{t=1}^n (Z_t - \phi_0 - \phi_1 Z_{t-1})^2)}{\partial \phi_0} &= 0 \\
 -2 \sum_{t=1}^n (Z_t - \phi_0 - \phi_1 Z_{t-1}) &= 0 \\
 \sum_{t=1}^n Z_t - \sum_{t=1}^n \phi_0 - \sum_{t=1}^n \phi_1 Z_{t-1} &= 0 \\
 \sum_{t=1}^n Z_t - \sum_{t=1}^n \phi_1 Z_{t-1} &= n\phi_0, \\
 \phi_0 &= \frac{1}{n} \left(\sum_{t=1}^n Z_t - \sum_{t=1}^n \phi_1 Z_{t-1} \right) \\
 \phi_0 &= \bar{Z}_t - \phi_1 \bar{Z}_{t-1},
 \end{aligned} \tag{2.15}$$

Pada tahap selanjutnya menurunkan persamaan (2.14) terhadap ϕ_1 , yaitu :

$$\begin{aligned}
 \frac{\partial J}{\partial \phi_1} &= 0 \\
 \frac{\partial(\sum_{t=1}^n (Z_t - \phi_0 - \phi_1 Z_{t-1})^2)}{\partial \phi_1} &= 0 \\
 -2 \sum_{t=1}^n (Z_t - \phi_0 - \phi_1 Z_{t-1})(Z_{t-1}) &= 0
 \end{aligned} \tag{2.16}$$

$$\begin{aligned}
& \sum_{t=1}^n Z_t Z_{t-1} - \phi_0 \sum_{t=1}^n Z_{t-1} \\
& \quad - \phi_1 \sum_{t=1}^n (Z_{t-1})^2 = 0 \\
& \sum_{t=1}^n Z_t Z_{t-1} - \frac{\sum_{t=1}^n Z_t}{n} \sum_{t=1}^n Z_{t-1} - \phi_1 \\
& \quad \left(\sum_{t=1}^n (Z_{t-1})^2 - \frac{(\sum_{t=1}^n Z_{t-1})^2}{n} \right) = 0,
\end{aligned} \tag{2.17}$$

melalui persamaan (2.17), diperoleh nilai ϕ_1 yaitu :

$$\phi_1 = \frac{\sum_{t=1}^n Z_t Z_{t-1} - (\sum_{t=1}^n Z_t) \frac{\sum_{t=1}^n Z_{t-1}}{n}}{(\sum_{t=1}^n (Z_{t-1})^2) - \frac{(\sum_{t=1}^n Z_{t-1})^2}{n}}. \tag{2.18}$$

2.7 Uji Signifikansi Parameter

Setelah melakukan perhitungan estimasi parameter dilakukan uji signifikansi parameter. Uji ini digunakan untuk mengetahui apakah parameter AR (p) dan MA (q) signifikan atau tidak. Jika parameter tersebut signifikan maka model layak digunakan.

Pengujian Signifikansi parameter ϕ meliputi :

Hipotesa :

$H_o : \phi_p = 0$ (parameter ϕ tidak signifikan dalam model)

$H_1 : \phi_p \neq 0$ (parameter ϕ signifikan dalam model).

Statistika Uji :

$$t_{hitung} = \frac{\hat{\phi}_p}{SE(\hat{\phi}_p)}. \tag{2.19}$$

Kriteria Pengujian :

Jika $|t_{hitung}| > t_{\frac{\alpha}{2}-n-1}$ atau $P_{value} < \alpha$ maka H_o ditolak.

2.8 Uji Diagnostik

Dalam menentukan model ARIMA yang terbaik, harus dipilih model yang seluruh parameternya signifikan, kemudian memenuhi dua asumsi residual yaitu berdistribusi normal dan *white noise*.

1. Distribusi Normal

Pengujian kenormalan dapat dihitung dengan menggunakan *Kolmogorov-Smirnov* yang meliputi :

Hipotesa :

H_o : Residual berdistribusi normal

H_1 : Residual tidak berdistribusi normal.

Statistika Uji :

$$D_{hitung} = \sup |F_n(x) - F_o(X)|, \quad (2.20)$$

dengan :

$F_o(x)$: Fungsi yang dihipotesiskan yaitu berdistribusi normal

$F_n(x)$: Fungsi distribusi kumulatif dari data asal

n : banyaknya residual.

Kriteria Pengujian :

Jika $D_{hitung} > D^{1-\alpha, n}$ atau $P_{value} < \alpha$ maka H_o ditolak.

2. White Noise

Suatu model bersifat *white noise* artinya residual dari model tersebut memenuhi asumsi identik (variasi residual homogen) serta independen (antar residual tidak berkorelasi). Pengujian asumsi *white noise* dilakukan dengan menggunakan uji *Ljung-Box* yang meliputi :

Hipotesa :

$H_o : \rho_1 = \rho_2 = \dots = \rho_k = 0$

H_1 : Minimal ada satu ρ_i yang tidak sama dengan nol, $i = 1, 2, \dots, k$.

Statistika Uji :

$$Q = n(n+1) \sum_{k=1}^K \frac{(\hat{\rho}_k)^2}{n-k}, n > k. \quad (2.21)$$

Kriteria Pengujian :

Jika $Q > X^2(\alpha; K - p - q)$ atau $p_{value} < \alpha$ maka H_o ditolak,

dengan :

K : lag maksimum

N : jumlah data (observasi)

k : lag ke- k

p dan q : order dari ARMA(p, q)

$\hat{\rho}_k$: autokorelasi residual untuk lag ke- k .

2.9 Overfitting

Salah satu prosedur pemeriksaan diagnosis yang dikemukakan Box Jenkins adalah *overfitting*, yakni dengan menambah satu atau lebih parameter dalam model yang dihasilkan pada tahap identifikasi. Model yang dihasilkan dari proses *overfitting* dijadikan sebagai model alternatif yang kemudian dicari model yang terbaik diantara model-model yang signifikan.

2.10 Pemilihan Model Terbaik

Pemilihan model terbaik membutuhkan kriteria untuk dapat menentukan model yang terbaik dan akurat. Pemilihan model yang terbaik dapat menggunakan *mean absolute percentage error* (MAPE), jika nilai MAPE semakin kecil maka model tersebut akan semakin baik untuk digunakan. Berikut ini merupakan rumus memperoleh MAPE :

$$MAPE = \frac{\sum_{t=1}^n \left| \frac{Y_t - \hat{Y}_t}{Y_t} \right|}{n} \times 100\%. \quad (2.22)$$

Semakin kecil nilai *root mean squared error* (RMSE) dan MAPE, maka semakin baik dan model tersebut layak untuk digunakan. Adapun nilai *mean squared error* (MSE) dan RMSE diperoleh dengan rumus sebagai berikut :

$$RMSE = \sqrt{MSE} = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{t=1}^n (Y_t - \hat{Y}_t)^2}, \quad (2.23)$$

dengan :

n : banyaknya data yang akan dihitung residualnya

Y_t : nilai data deret berkala

\hat{Y}_t : nilai model ramalan.

2.11 Generalized Pareto Distribution (GPD)

Jika peubah acak X berdistribusi GPD (k, σ) maka pdf nya adalah

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{\sigma} \left(1 + \frac{kx}{\sigma}\right)^{-\left(\frac{1}{k}+1\right)}, & k \neq 0 \\ \frac{1}{\sigma} (e)^{-\frac{x}{\sigma}}, & k = 0 \end{cases}, \quad (2.24)$$

dengan $0 \leq x < \infty$ jika $k \leq 0$ dan $0 \leq x < -\frac{\sigma}{k}$ jika $k < 0$.

Terdapat tiga tipe distribusi dalam GPD yaitu jika $k = 0$ maka berdistribusi Eksponensial, jika $k > 0$ maka berdistribusi Pareto dan jika $k < 0$ maka berdistribusi Beta. Semakin besar nilai k maka distribusinya akan memiliki ekor yang semakin gemuk (*heavy tail*) dan peluang terjadinya nilai ekstrim semakin besar. Menurut Kotz dan Nadarajah [6], jika $k < 0$ maka kejadian tersebut memiliki *short tail* dan jika $k > 0$ maka kejadian tersebut memiliki *long tail*.

Mengidentifikasi nilai ekstrim digunakan metode *Peaks Over Threshold* (POT) yang menggunakan nilai batas untuk menentukan nilai ekstrim disebut dengan *threshold*. Penentuan nilai *threshold* ini digunakan metode presentase 10% dari data yang merupakan nilai ekstrim tersebut. Mengurutkan data dari yang terbesar hingga terkecil kemudian 10% dari data tersebut merupakan data ekstrim dengan $b = 10\% \times N$ dan nilai *threshold* ditentukan dari urutan ke $b + 1$ dimana b adalah jumlah data ekstrim dan N adalah jumlah sampel data.

2.11.1 Maximum Likelihood Estimation (MLE)

Maximum likelihood estimation merupakan salah satu metode estimasi yang memaksimumkan fungsi likelihood untuk mendapatkan estimasi parameter [10]. Persamaan fungsi likelihood adalah sebagai berikut :

$$L(k, \sigma | x_1, \dots, x_n) = \prod_{i=1}^n f(k, \sigma, x_i),$$

dengan :

$L(k, \sigma | x_1, \dots, x_n)$: Fungsi *Likelihood*

$f(k, \sigma, x_i)$: pdf dari GPD.

2.11.2 Selang Kepercayaan Estimasi Parameter

Selang kepercayaan digunakan sebagai batas atas dan batas bawah dari estimasi parameter yang diperoleh, selang kepercayaan dengan tingkat kepercayaan $100(1 - \alpha)\%$ untuk estimasi parameter dengan bentuk yaitu :

$$\hat{k} - Z_{\frac{\alpha}{2}} SE(\hat{k}) \leq k \leq \hat{k} + Z_{\frac{\alpha}{2}} SE(\hat{k}), \quad (2.25)$$

dengan :

\hat{k} : nilai estimasi parameter bentuk GPD

$SE(\hat{k})$: *standar error* dari parameter bentuk GPD.

2.11.3 Uji Kesesuaian Distribusi

Pengujian distribusi dapat dilakukan dengan menggunakan uji *Kolmogorov-Smirnov* yang dilakukan dengan menyesuaikan fungsi distribusi sampel $F_n(x)$ dengan distribusi teoritis $F_0(x)$.

Hipotesa :

$H_0 : F_n(x) = F_0(x)$ (Data telah mengikuti Distribusi GPD)

$H_1 : F_n(x) \neq F_0(x)$ (Data tidak mengikuti Distribusi GPD).

Statistika Uji :

$$D_{hitung} = \sup |F_n(x) - F_o(X)|. \quad (2.26)$$

Kriteria Pengujian :

Jika $D_{hitung} > D_{1-\alpha,n}$ atau $P_{value} < \alpha$ maka H_0 ditolak.

2.12 Konsep Copula

Copula merupakan suatu fungsi yang dapat menggabungkan struktur dependensi tertentu. Copula memberikan cara yang tepat untuk membentuk distribusi gabungan dari dua atau lebih variabel acak. Jika terdapat peubah acak (X_1, X_2, \dots, X_m) memiliki fungsi distribusi kumulatif marginal $F_{x_1}, F_{x_2}, \dots, F_{x_n}$ dengan domain \mathbb{R} yang tidak turun, yaitu $F_x(-\infty) = 0$ dan $F_x(+\infty) = 1$, maka distribusi bersamanya yaitu :

$$F_{(X_1, X_2, \dots, X_m)}(X_1, X_2, \dots, X_m) = C_{X_1, X_2, \dots, X_m} F_{x_1}(x_1), F_{x_2}(x_2), \dots, F_{x_m}(x_m),$$

dengan C_{X_1, X_2, \dots, X_m} adalah Copula dengan $C_x[0, 1]^m \rightarrow [0, 1]$.

2.12.1 Keluarga Copula

Terdapat beberapa keluarga Copula, namun dua keluarga Copula paling populer yaitu Copula Ellip dan Copula Archimedean. Pada penelitian ini digunakan keluarga Copula Archimedean karena memiliki informasi dependensi yang lengkap, dimana yang terdiri atas Copula Clayton, Copula Gumbel dan Copula Frank[9]. Dalam keluarga Copula Archimedean ini masing-masing bagian memiliki *tail* dependensi yang berbeda yaitu :

1. Copula Clayton memiliki *tail dependensi* bagian bawah.
2. Copula Gumbel memiliki *tail dependensi* bagian atas.
3. Copula Frank tidak memiliki *tail dependensi*.

Tabel 2.3: Keluarga Copula Archimedean

Copula	Generator $\phi(u)$	Copula Bivariate $C(u, v)$
Clayton	$u^{-\theta} - 1$	$(u^{-\theta} + v^{-\theta} - 1)^{-\frac{1}{\theta}}$
Gumbel	$(-\ln u)^\theta$	$\exp(-((\ln u)^\theta + (\ln v)^\theta)^{-\frac{1}{\theta}})$
Frank	$\ln(\frac{e^{\theta u}-1}{e^\theta-1})$	$\frac{1}{\theta} \ln(1 + \frac{(e^{\theta u}-1)(e^{\theta v}-1)}{e^\theta-1})$

2.12.2 Transformasi Copula ke Domain Uniform[0,1]

Tahap awal copula dilakukan dengan mentransformasikan peubah acak ke domain Uniform[0, 1]. Distribusi marginal dari masing-masing variabel peubah acak X_i ditunjukkan pada persamaan dibawah ini yaitu :

$$F_{x_i}(X_i) = \frac{1}{n+1} \sum_{j=1}^n \mathbf{1}(X_i^{(j)} \leq x); x_i \in R. \quad (2.27)$$

Transformasi pada domain Uniform [0,1] dengan pembuatan *scatterplot*, membuat rank plot X_i .

$$((\frac{R_1^{(j)}}{n+1}), (\frac{R_2^{(j)}}{n+1}), \dots, (\frac{R_m^{(j)}}{n+1})), 1 \leq j \leq n, \quad (2.28)$$

dengan $R_1^{(j)}, R_2^{(j)}, \dots, R_m^{(j)}$ adalah rank dari X_1, X_2, \dots, X_m . Sesuai dengan persamaan (2.27) sehingga persamaan Copula diberikan pada persamaan (2.29) yaitu :

$$\begin{aligned} C(u_1, \dots, u_m) &= \frac{1}{n} \sum_{j=1}^n \mathbf{1}((\frac{R_1^{(j)}}{n+1} \leq u_1), (\frac{R_2^{(j)}}{n+1} \leq u_2) \\ &\quad , \dots, (\frac{R_m^{(j)}}{n+1} \leq u_m)), u_1, \dots, u_m \in (0, 1), \end{aligned} \quad (2.29)$$

dengan $\mathbf{1}(\cdot)$ merupakan fungsi indikator jika masing-masing $X^{(j)} \leq x$ dan $\frac{R_i^{(j)}}{n+1} \leq u_i, i = 1, 2, \dots, m$.

2.12.3 Estimasi Parameter Copula Archimedean

Misal sampel $(X_1, Y_1), (X_2, Y_2), \dots, (X_m, Y_m)$ yaitu salinan $IID(X, Y)$ dan diasumsikan bahwa Copula C yang berhubungan dengan (X, Y) adalah Archimedean dengan parameter θ . Menurut Genest dan Rivest [8] untuk mengkonstruksi estimasi parameter θ menggunakan observasi nilai Tau Kendall. Berikut ini nilai korelasi Tau Kendall yaitu :

$$\tau = \frac{2S}{n(n-1)}, \quad (2.30)$$

dengan :

S : selisih jumlah rank dua variabel

n : banyaknya sampel.

2.12.4 Dependensi

Misal diberikan X dan Y adalah variabel acak kontinu dengan fungsi distribusi gabungan H , fungsi distribusi marginal F , dan fungsi distribusi marginal G . X dan Y dikatakan dependen kuadran positif jika $H(x, y) - F(x)G(y) \geq 0, x, y \in R$

1. Konkordan

Pasangan dari variabel acak adalah konkordan jika nilai "besar" yang satu cenderung dihubungkan dengan nilai "besar" yang lainnya dan nilai "kecil" yang satu dengan nilai "kecil" yang lainnya.

Misalkan diberikan (x_i, y_i) dan (x_j, y_j) pengamatan dari variabel acak kontinu (X, Y) , dimana (x_i, y_i) dan (x_j, y_j) dikatakan konkordan jika $x_i < x_j$ dan $y_i < y_j$ atau $x_i > x_j$ dan $y_i > y_j$. Untuk (x_i, y_i) dan (x_j, y_j) dikatakan diskordan jika $x_i < x_j$ dan $y_i > y_j$ atau $x_i > x_j$ dan $y_i < y_j$.

Formula bahwa (x_i, y_i) dan (x_j, y_j) dikatakan konkordan jika $(x_i - x_j)(y_i - y_j) > 0$ dan diskordan jika $(x_i - x_j)(y_i - y_j) < 0$.

2. Tau Kendall

Ukuran dependensi Tau Kendall dari (X, Y) dengan distribusi H , dapat didefinisikan sebagai perbedaan antara peluang dari konkordan dan peluang dari diskordan untuk dua vektor acak yang independen (X_1, Y_1) serta (X_2, Y_2) dengan masing-masing berdistribusi H , berlaku bahwa :

$$\tau_{XY} = P((X_1 - X_2)(Y_1 - Y_2) > 0) - P((X_1 - X_2)(Y_1 - Y_2) < 0). \quad (2.31)$$

Penentuan ukuran dependensi Tau Kendall berdasarkan sampel. Misalkan $(x_1, y_1), \dots, (x_n, y_n)$, $n \geq 2$ adalah sampel berukuran n dari vektor acak (X, Y) . Setiap pasang sampel yaitu $(x_i, y_j)(x_i, y_j)$, $i, j \in (1, \dots, n)$, $i \neq j$ merupakan suatu diskordan atau konkordan, sehingga jelas terdapat $\binom{n}{2}$ pasangan yang berbeda dari sampel yang ada. Misalkan K menyatakan banyaknya pasangan konkordan dan D menyatakan banyaknya pasangan diskordan, rumus dari Tau Kendall berdasarkan sampel dapat didefinisikan menjadi :

$$\hat{\tau} = \frac{K - D}{K + D} = \frac{K - D}{\binom{n}{2}}. \quad (2.32)$$

2.12.5 Pengujian Estimasi Parameter Copula

Pengujian pada estimasi parameter Copula untuk mengetahui parameter yang signifikan. Pengujian parameter Copula meliputi :

Hipotesa:

$$H_0 : \theta = \theta_0$$

$$H_1 : \theta \neq \theta_0.$$

Statistika Uji :

$$Z = \frac{\hat{\theta}}{SE(\hat{\theta})}. \quad (2.33)$$

Kriteria Pengujian :

Tolak H_o jika $|Z_{hitung}| > Z_{\frac{\alpha}{2}}$ atau $pvalue < \alpha$ sehingga data mengikuti model Copula yang diasumsikan.

"Halaman ini sengaja dikosongkan."

BAB III

METODE PENELITIAN

Pada bab ini diuraikan mengenai langkah-langkah sistematis yang dilakukan dalam proses pengerjaan tugas akhir ini. Metode penelitian terdiri atas tujuh tahap, antara lain:

1. Pengumpulan Data

Pada tahap ini dilakukan pengumpulan data produksi padi pada tahun 2011-2016 yang diperoleh dari Dinas Pertanian Provinsi Bali dan data curah hujan pada tahun 2007-2016 yang diperoleh dari BMKG Bali.

2. Studi Literatur

Pada tahap ini dilakukan pencarian dan pengumpulan referensi yang menunjang penelitian. Referensi yang dipakai adalah buku-buku literatur, jurnal ilmiah, tugas akhir atau thesis yang berkaitan dengan permasalahan, maupun artikel dari internet.

3. Pembentukan Model Peramalan ARIMA

Pada tahap ini akan dilakukan proses peralaman curah hujan dengan metode ARIMA dengan langkah-langkah yaitu :

- (a) Memeriksa kestasioneran data dengan menghitung koefisien autokorelasi dan koefisien autokorelasi parsial.
- (b) Menetapkan model ARIMA sementara untuk peramalan.
- (c) Pendugaan nilai awal parameter model ARIMA.
- (d) Uji kesesuaian (signifikansi parameter dan diagnostik) terhadap model ARIMA.

(e) Penentuan model ARIMA terbaik untuk proses peramalan.

4. Analisis Fungsi Estimasi GPD

Pada tahap ini, setelah melakukan proses peramalan akan dilakukan identifikasi perubahan iklim dengan estimasi parameter *Generalized Pareto Distribution* dengan langkah-langkah yaitu :

- (a) Mengidentifikasi pola data curah hujan di Tabanan Bali dan hasil ramalannya.
- (b) Membagi data curah hujan menjadi dua periode yaitu periode I (2008-2012) dan periode II (2013-2017).
- (c) Menentukan nilai *threshold* pada setiap periode serta pengambilan data ekstrim yaitu data yang melebihi nilai *threshold*.
- (d) Mendapatkan estimasi parameter GPD dengan menggunakan metode *Maximum Likelihood Estimation* dengan langkah-langkah metode tersebut adalah sebagai berikut.
 - i. Membuat fungsi likelihood dari *Generalized Pareto Distribution* (GPD).
 - ii. Membuat transformasi fungsi likelihood ke dalam bentuk \ln .
 - iii. Membuat turunan fungsi \ln likelihood terhadap parameter bentuk \hat{k} dan parameter skala $\hat{\sigma}$.
 - iv. Menyamakan hasil turunannya dengan nol sehingga diperoleh estimator parameter bentuk \hat{k} dan parameter skala $\hat{\sigma}$.
- (e) Menentukan *confidence interval* $100(1 - \alpha)\%$ untuk parameter bentuk dan parameter skala pada periode I serta periode II.
- (f) Uji kesesuaian distribusi untuk data pada periode I dan periode II menggunakan uji *Kolmogorov Smirnov*.

- (g) Mengidentifikasi perubahan iklim melalui perubahan tipe distribusi pada periode I dan periode II.

5. Analisis Fungsi Estimasi Copula

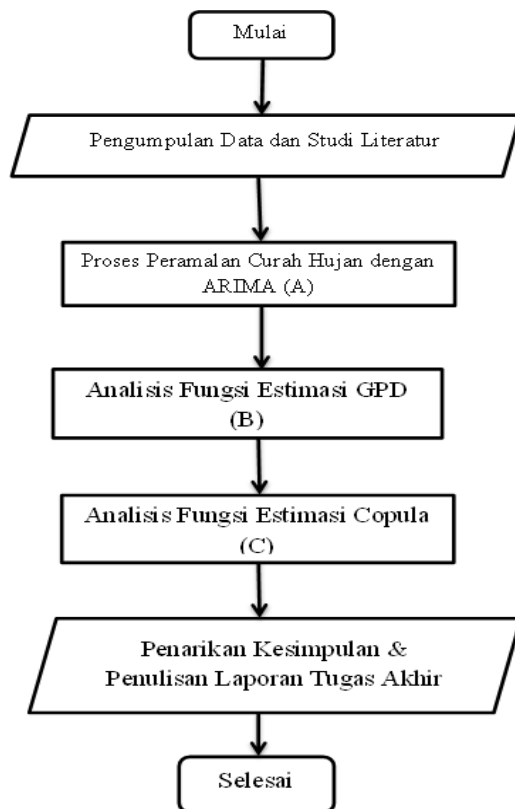
Pada tahap ini akan dilakukan identifikasi pola hubungan curah hujan dan produksi padi melalui estimasi parameter Copula dengan langkah-langkah sebagai berikut:

- (a) Melakukan transformasi data ke domain uniform $[0,1]$ dan membuat *scatterplot* hasil transformasi antara variabel X dan variabel Y.
- (b) Menghitung nilai korelasi Tau Kendall untuk mendapatkan estimasi parameter Copula dengan pendekatan Tau Kendall.
- (c) Pengujian estimasi parameter Copula untuk mengetahui parameter yang signifikan.
- (d) Jika pola hubungan mengikuti lebih dari satu jenis Copula maka dilakukan *fitting* Copula dengan metode *Maximum Likelihood* sehingga mendapatkan Copula terbaik.

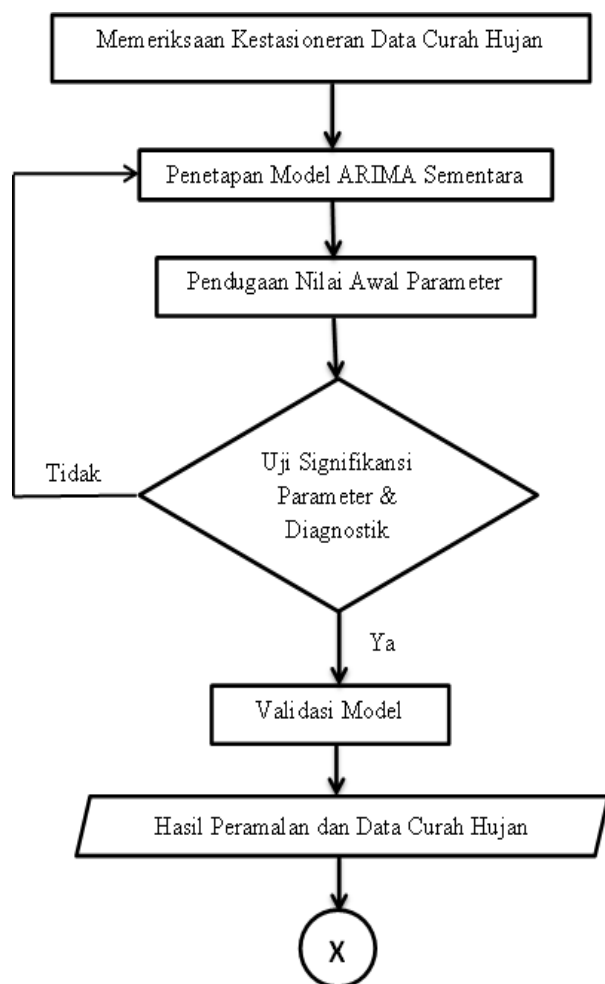
6. Penarikan Kesimpulan

Setelah menemukan hasil penyelesaian peramalan curah hujan dengan model ARIMA, identifikasi perubahan iklim dengan melihat perubahan fungsi distribusi dari GPD dan menentukan pola hubungan produksi padi dan curah hujan dengan estimasi parameter Copula, maka selanjutnya dilakukan suatu penarikan kesimpulan dari pembahasan yang telah dilakukan sebelumnya, serta pemberian saran sebagai bahan masukan untuk penelitian lebih lanjut.

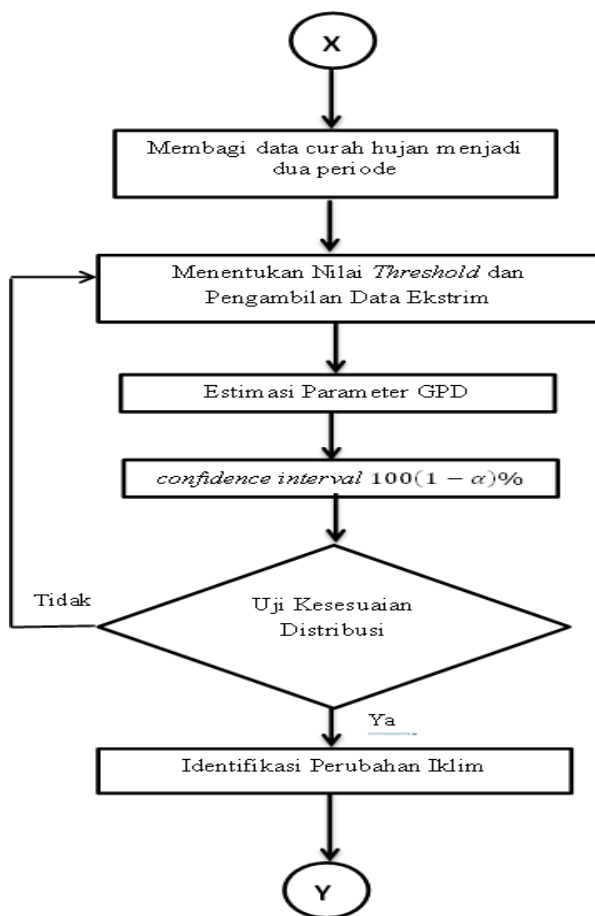
Berikut adalah diagram alir pengerjaan Tugas Akhir yang ditunjukkan pada Gambar 3.1, Gambar 3.2, Gambar 3.3, dan Gambar 3.4.



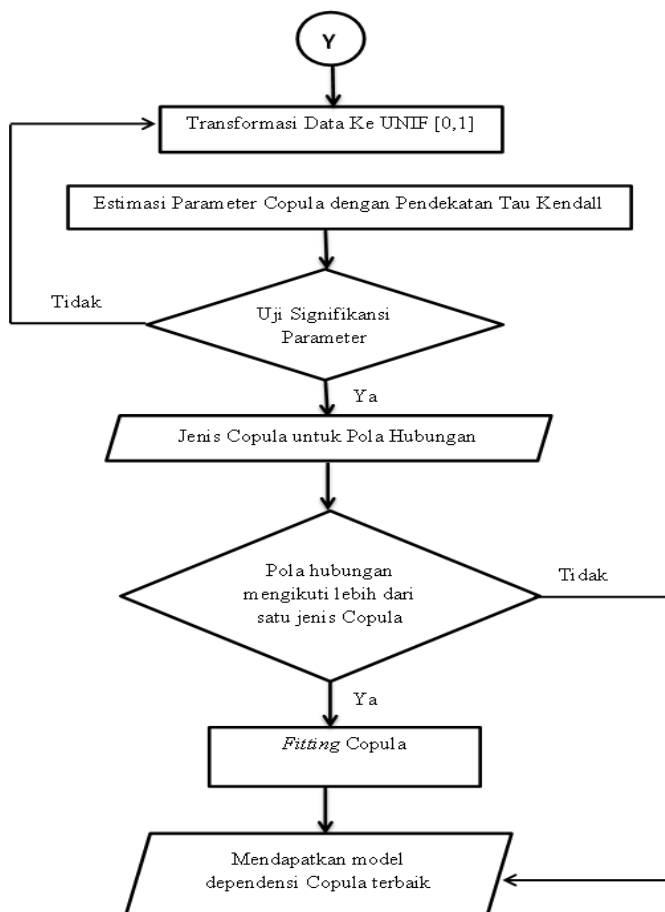
Gambar 3.1: Diagram Alir Pengerjaan Tugas Akhir



Gambar 3.2: Diagram Alir Pengerjaan Peramalan Curah Hujan (A)



Gambar 3.3: Diagram Alir Pengerjaan Deteksi Perubahan Iklim di Tabanan Bali (B)



Gambar 3.4: Diagram Alir Pengerjaan Identifikasi Pola Hubungan antara Produksi Padi dan Curah Hujan (C)

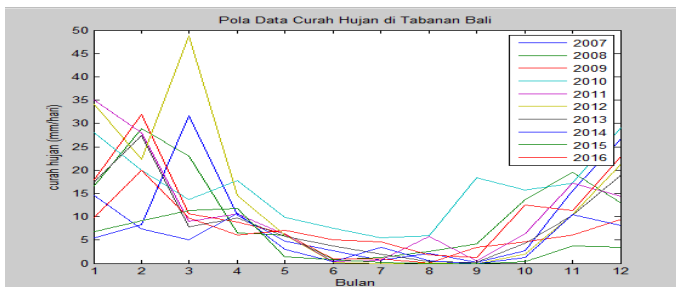
BAB IV

ANALISA DAN PEMBAHASAN

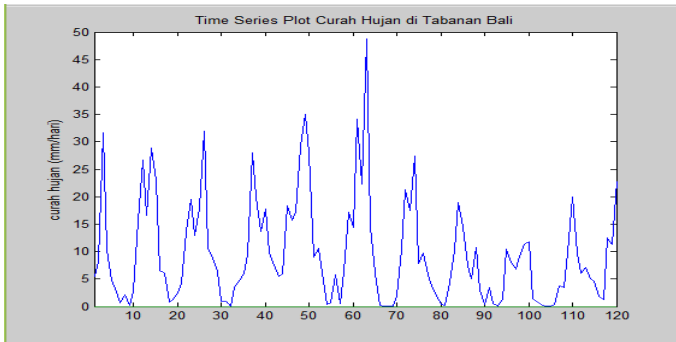
Pada bab ini dibahas tentang proses peramalan curah hujan untuk tahun 2017 di Tabanan Bali, kemudian melakukan estimasi parameter bentuk *Generalized Pareto Distribution* dengan *Maximum Likelihood Estimation* untuk melihat jenis distribusi pada periode I dan periode II, selanjutnya dilakukan estimasi parameter Copula untuk memperoleh pola hubungan antara produksi padi dan curah hujan di Tabanan Bali.

4.1 Peramalan Curah Hujan di Tabanan Bali

Pada tahap ini dilakukan proses peramalan curah hujan di Tabanan Bali pada tahun 2017 dengan melihat *time series plot* data curah hujan untuk melihat kestasioneran data, tahap selanjutnya menstasionerkan data dengan Box-Cox plot dan plot ACF dan PACF, selanjutnya uji signifikan dan uji diagnostik yang disertai dengan proses *overfitting* terhadap model sementara.



Gambar 4.1: Pola Data Curah Hujan di Tabanan Bali

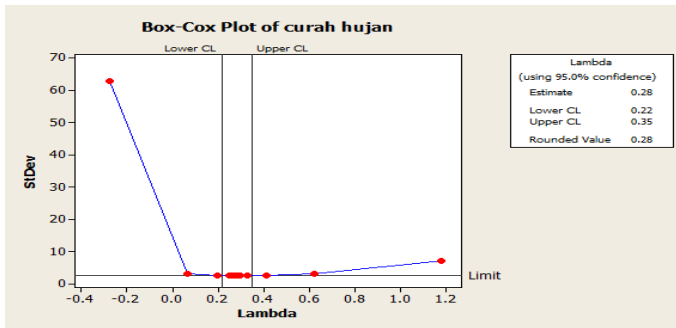


Gambar 4.2: *Time Series Plot* dari Data Curah Hujan

Pada Gambar 4.1 menjelaskan mengenai pola data curah hujan di Tabanan Bali dari tahun 2007 sampai 2016. Pola curah hujan di Tabanan Bali ini berbentuk hampir menyerupai kurva U, dimana tipe pola curah hujan ini disebut pola region monsoon yang artinya wilayah Tabanan Bali memiliki perbedaan yang jelas antara periode musim hujan dan periode musim kemarau. Namun dilihat juga pada pola data curah hujan tersebut dimana, puncak curah hujan di setiap tahunnya umumnya pada bulan yang berbeda, namun kebanyakan terjadi pada bulan februari dan maret, sehingga dari plot data ini menunjukkan indikasi adanya pengaruh musiman pada data curah hujan tersebut.

Pada Gambar 4.2 ditunjukkan pola *time series plot* data curah hujan, dimana plot *time series* ini bertujuan untuk mengetahui data curah hujan bulanan di Tabanan Bali memenuhi asumsi stasioner atau belum memenuhi. Stasioner adalah kondisi yang diperlukan dalam analisis deret waktu dimana tidak ada perubahan nilai mean dan varian secara signifikan dalam sistematika jangka waktu tertentu. Melalui gambar *time series plot* curah hujan di Tabanan Bali dilihat bahwa data tidak mengalami trend naik maupun turun. Dilihat juga dari fluktuasi data bahwa data belum stasioner dalam varians maupun dalam mean karena antara titik satu dengan titik lainnya

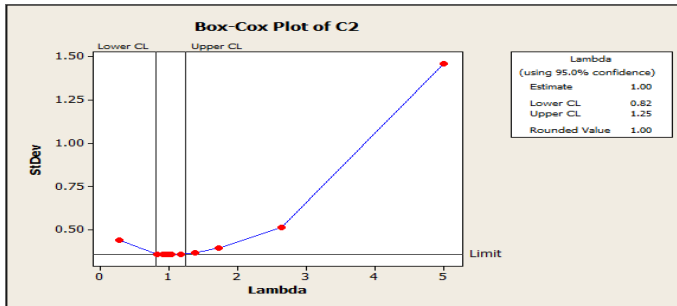
sangat bervariasi dan tidak berada di sekitar nilai mean, sehingga dilakukan analisis dengan melihat plot Box-Cox untuk stasioneritas terhadap varians dan plot ACF untuk stasioneritas terhadap mean.



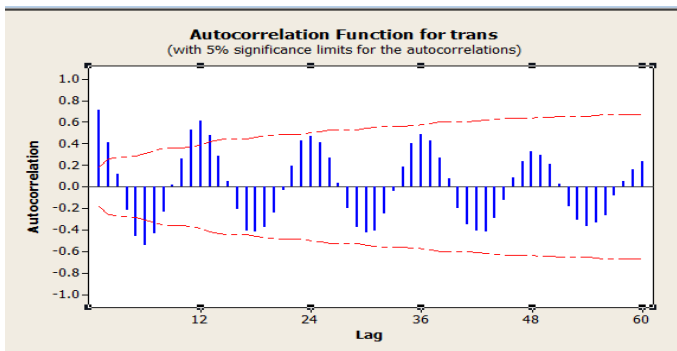
Gambar 4.3: Blox-Plot Data Curah Hujan

Data dikatakan stasioner terhadap varians apabila *round value* (λ) bernilai 1. Namun pada Gambar 4.3, didapatkan nilai *round value* dari data curah hujan yaitu sekitar 0.28, sehingga data curah hujan belum bisa dikatakan stasioner terhadap varians. Karena data belum stasioner terhadap varians sehingga dilakukan Transformasi Box Cox pada data curah hujan, dimana rumusnya adalah $Y_t = (Z_t)^\lambda$ dengan Z_t nilai data curah hujan yang aktual, λ adalah nilai *round value* dan Y_t adalah nilai hasil transformasi Box-Cox.

Pada Gambar 4.4, terlihat bahwa nilai *round value* untuk data curah hujan yang telah ditransformasi Box-Cox adalah 1, hal itu berarti data yang telah ditransformasikan tersebut sudah bersifat stasioner terhadap varians. Setelah data dinyatakan stasioner pada varians, maka selanjutnya dilakukan pengecekan stasioneritas pada mean dengan melihat plot ACF dari hasil transformasi Box-Cox terhadap data curah hujan.

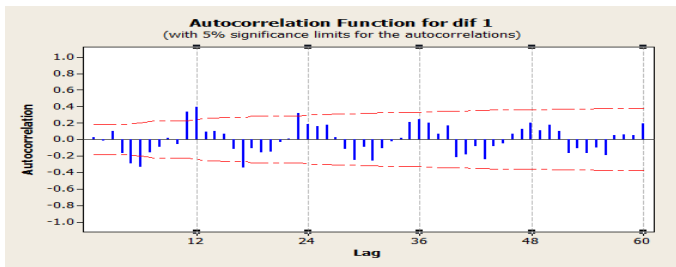


Gambar 4.4: Blox-Plot Data Transformasi Box-Cox Curah Hujan



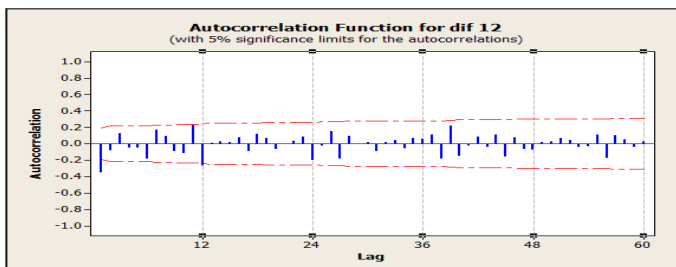
Gambar 4.5: Plot ACF pada hasil transformasi Box-Cox terhadap data curah hujan

Pada Gambar 4.5 terlihat bahwa plot ACF memiliki pola *dies down* atau bisa dikatakan mengikuti pola gelombang sinus. Namun diketahui juga bahwa masih banyak lag yang keluar dari *significance limit* yang menunjukkan bahwa lag tersebut signifikan dan masih diduga bahwa data tersebut belum stasioner pada mean dan juga masih sulit menentukan modelnya, sehingga dilakukan proses *differencing* sebanyak satu kali dalam data tersebut.



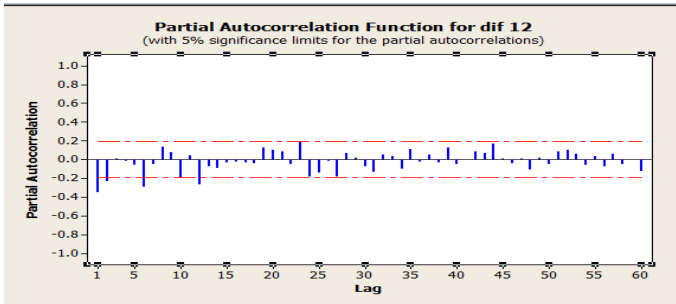
Gambar 4.6: Plot ACF *differencing* lag 1

Hasil *differencing* pada data transformasi Curah Hujan yang ditunjukkan pada Gambar 4.6 mengenai hasil plot ACF *differencing* lag 1, dimana sudah tidak terlalu banyak lag keluar dari *significant limit* dan juga dilihat bahwa pada lag 12, lag 24, lag 36, lag 48 dan lag 60 tersebut turun secara lambat, hal ini diidentifikasi terjadinya pola musiman dalam data tersebut sepanjang 12 bulan. Sehingga diperlukannya *differencing* 12 lag untuk dapat melihat pola ACF musiman dan menentukan model peramalan untuk data curah hujan ini.



Gambar 4.7: Plot ACF *differencing* pada lag 12

Pada Gambar 4.7 dilihat bahwa lag yang sangat terlihat keluar dari *significant limit* yaitu lag 1 dan lag 12 (musiman), yang artinya lag tersebut signifikan. Selanjutnya, menentukan model peramalan curah hujan maka dilihat pula pola PACF *differencing* pada lag 12 dari data tersebut.

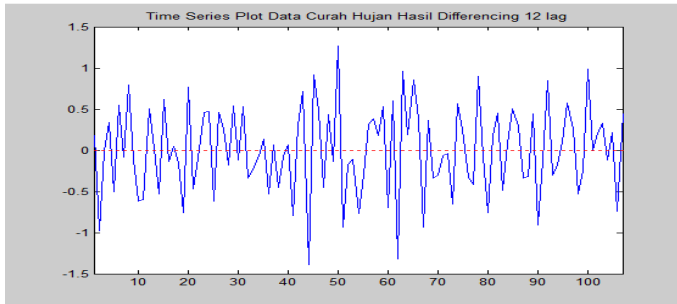


Gambar 4.8: Plot PACF *differencing* pada lag 12

Pada Gambar 4.8 dilihat bahwa lag yang keluar dari *significant limit* adalah lag 1, lag 2, lag 6 dan lag 12 (musiman). Jika dilihat dari lag-lag yang keluar *significant limit*, dimana setelah lag 2 mengalami *cut off* yang artinya setelah lag 2, lag-lag tersebut tidak keluar dari *significant limit*, namun ternyata pada Gambar 4.8, dilihat bahwa lag 6 keluar dari *significant limit* akibatnya model peramalan curah hujan ini terdapat subset. Oleh karena itu, berdasarkan pada Gambar 4.7 dan Gambar 4.8 diperoleh model sementara yaitu ARIMA $([1, 2, 6], 1, 1)(1, 1, 1)^{12}$.

Pada Gambar 4.9 hasil plot *time series* data diatas, terlihat bahwa data sudah stasioner dalam varians maupun mean, dilihat dari ragam data tidak sangat banyak berkisar dari jarak -1.5 sampai 1.5 dan untuk mean dari data tersebut hampir mendekati 0, artinya data yang telah ditransformasi dengan Box-Cox *Transformation* dan mengalami differencing pada lag 1 dan lag 12 sudah stasioner dalam

mean. Sehingga dari Gambar 4.5 dapat dilihat tidak terjadinya perubahan nilai varians dan mean yang sangat signifikan pada jangka waktu tertentu artinya data sudah stasioner.



Gambar 4.9: Hasil plot *Time Series* Data Transformasi Curah Hujan *Differencing* pada lag 12

4.1.1 Tahap Penaksiran dan Pengujian

Pengujian signifikansi parameter model dengan $\alpha = 5\%$ dan menggunakan uji- t adalah sebagai berikut :

Model peramalan yang diperoleh dari ARIMA sementara diuji signifikansi parameter ϕ_1 dengan hipotesis sebagai berikut.

Hipotesa :

H_0 : estimasi parameter $\phi_1 = 0$

H_1 : estimasi parameter $\phi_1 \neq 0$

Statistika Uji :

$$\begin{aligned} t_{hitung} &= \frac{\phi_1 - 0}{SE(\phi_1)} \\ &= \frac{-0.43727}{0.08918} \\ &= -4.90 \end{aligned}$$

(4.1)

$$\begin{aligned}
t_{tabel} &= t_{\frac{\alpha}{2}, n-1} \\
&= t_{0.025, 119} \\
&= 2.27
\end{aligned}
\tag{4.2}$$

Kesimpulan :

Karena $|t_{hitung}| > t_{tabel}$, maka H_0 ditolak. Sehingga dapat dikatakan estimasi parameter ϕ_1 signifikan.

4.1.2 Uji Diagnostik

Pada penentuan model ARIMA (*Autoregressive Integrated Moving Average*) yang terbaik, harus dipilih model yang seluruh parameter-nya signifikan, kemudian memenuhi asumsi residual yaitu berdistribusi normal dan residualnya saling tidak berkorelasi atau residual independen yang disebut *white noise*.

1. Uji Distribusi Normal

Pengujian kenormalan terhadap residual dapat dihitung dengan menggunakan uji *Kolmogorov-Smirnov* terhadap residualnya yang meliputi :

Hipotesa :

H_0 : Residual berdistribusi normal

H_1 : Residual tidak berdistribusi normal.

Statistika Uji :

$$\begin{aligned}
D_{hitung} &= \sup |F_n(x) - F_o(X)| = 0.054702, \\
D_{tabel} &= D_{1-\alpha, n} \\
&= D_{0.95, 120} = 0.111.
\end{aligned}
\tag{4.3}$$

Kriteria Pengujian :

Karena $D_{hitung} < D_{1-\alpha, n}$ maka H_0 diterima artinya residual berdistribusi normal.

2. *White Noise*

Suatu model bersifat *white noise* artinya residual dari model tersebut telah memenuhi asumsi identik (variansi residualnya homogen) serta independen (antar residual tidak berkorelasi). Pengujian asumsi *white noise* dilakukan dengan menggunakan uji *Ljung-Box* yang meliputi :

Hipotesa :

$$H_o : \rho_1 = \rho_2 = \dots = \rho_k = 0$$

H_1 : Minimal ada satu ρ_i yang tidak sama dengan nol, $i = 1, 2, \dots, k$.

Statistika Uji :

$$Q = n(n+2) \sum_{k=1}^K \frac{(\hat{\rho}_k)^2}{n-k}, n > k.$$

untuk $K = 6$ maka diperoleh:

$$Q = 120(120+2) \sum_{k=1}^K \frac{(\hat{\rho}_k)^2}{120-k}, n > k.$$

$$Q = 120(122) \left(\frac{(-0.018^2)}{120-1} + \frac{(0.001)^2}{120-2} + \frac{(-0.020)^2}{120-3} \right. \\ \left. + \frac{(-0.120)^2}{120-4} + \frac{(-0.095)^2}{120-5} + \frac{(0.021)^2}{120-6} \right)$$

$$Q = 3.113.$$

Untuk nilai $\chi^2(\alpha; K - p - q) = \chi^2(0.05; 6 - 3 - 1) = \chi^2(0.05; 2) = 5.99$.

Kesimpulan :

Karena $Q < \chi^2(\alpha; K - p - q)$, maka H_o diterima, artinya residual *white noise*.

Tabel 4.1: Estimasi dan Pengujian Signifikansi Parameter Model Dugaan SARIMA terhadap Curah Hujan di Tabanan Bali

Model SARIMA	Parameter	P-value	Keputusan
$([1, 2, 6], 1, 1)(1, 1, 1)^{12}$	$\phi_1 = -0.40527$	0.0029	Signifikan
	$\phi_2 = -0.28535$	0.0045	Signifikan
	$\phi_6 = -0.24005$	0.0095	Signifikan
	$\Phi_{12} = 0.12346$	0.3734	Tidak Signifikan
	$\theta_1 = 0.03862$	0.7182	Tidak Signifikan
	$\Theta_{12} = 0.75274$	< 0.0001	Signifikan
$([1, 2], 1, 1)(1, 1, 1)^{12}$	$\phi_1 = -0.41898$	0.0021	Signifikan
	$\phi_2 = -0.29079$	0.0038	Signifikan
	$\Phi_{12} = 0.25493$	0.0574	Tidak Signifikan
	$\theta_1 = 0.01717$	0.8584	Tidak Signifikan
	$\Theta_{12} = 0.82535$	< 0.0001	Signifikan
$([1, 6], 1, 1)(1, 1, 1)^{12}$	$\phi_1 = -0.25299$	0.0513	Tidak Signifikan
	$\phi_6 = -0.24780$	0.0116	Signifikan
	$\Phi_{12} = 0.13355$	0.3620	Tidak Signifikan
	$\theta_1 = 0.14264$	0.1448	Tidak Signifikan
	$\Theta_{12} = 0.73113$	< 0.0001	Signifikan
$([2, 6], 1, 1)(1, 1, 1)^{12}$	$\phi_2 = -0.16206$	0.1014	Tidak Signifikan
	$\phi_6 = -0.24687$	0.0146	Signifikan
	$\Phi_{12} = 0.006687$	0.9646	Tidak Signifikan
	$\theta_1 = 0.25102$	0.0011	Signifikan
	$\Theta_{12} = 0.63360$	< 0.0001	Signifikan
$(1, 1, 1)(1, 1, 1)^{12}$	$\phi_1 = -0.24387$	0.0655	Tidak Signifikan
	$\Phi_{12} = 0.23646$	0.1065	Tidak Signifikan
	$\theta_1 = 0.13865$	0.1292	Tidak Signifikan
	$\Theta_{12} = 0.77166$	< 0.0001	Signifikan
$(2, 1, 1)(1, 1, 1)^{12}$	$\phi_2 = -0.15318$	0.1295	Tidak Signifikan
	$\Phi_{12} = 0.12437$	0.4059	Tidak Signifikan
	$\theta_1 = 0.23266$	0.0011	Signifikan
	$\Theta_{12} = 0.69800$	< 0.0001	Signifikan

$(6, 1, 1)(1, 1, 1)^{12}$	$\phi_6 = -0.23953$	0.0186	Signifikan
	$\Phi_{12} = 0.061958$	0.8334	Tidak Signifikan
	$\theta_1 = 0.27505$	0.0003	Signifikan
	$\Theta_{12} = 0.61958$	< 0.0001	Signifikan
$([1, 2, 6], 1, 0)(0, 1, 1)^{12}$	$\phi_1 = -0.43727$	< 0.0001	Signifikan
	$\phi_2 = -0.31176$	0.0008	Signifikan
	$\phi_6 = -0.27781$	0.0015	Signifikan
	$\Theta_{12} = 0.67161$	< 0.0001	Signifikan
$([1, 6], 1, 0)(0, 1, 1)^{12}$	$\phi_1 = -0.34043$	0.0002	Signifikan
	$\phi_6 = -0.28864$	0.0018	Signifikan
	$\Theta_{12} = 0.62843$	< 0.0001	Signifikan
$([1, 2], 1, 0)(0, 1, 1)^{12}$	$\phi_1 = -0.43158$	< 0.0001	Signifikan
	$\phi_2 = -0.32513$	0.0008	Signifikan
	$\Theta_{12} = 0.68668$	< 0.0001	Signifikan
$([2, 6], 1, 0)(0, 1, 1)^{12}$	$\phi_2 = -0.16887$	0.0806	Tidak Signifikan
	$\phi_6 = -0.26940$	0.0055	Signifikan
	$\Theta_{12} = 0.66551$	< 0.0001	Signifikan
$(1, 1, 0)(0, 1, 1)^{12}$	$\phi_1 = -0.33059$	0.0007	Signifikan
	$\Theta_{12} = 0.62290$	< 0.0001	Signifikan
$(2, 1, 0)(0, 1, 1)^{12}$	$\phi_2 = -0.18153$	0.0695	Tidak Signifikan
	$\Theta_{12} = 0.66939$	< 0.001	Signifikan
$(6, 1, 0)(0, 1, 1)^{12}$	$\phi_6 = -0.27679$	0.0048	Signifikan
	$\Theta_{12} = 0.64428$	< 0.0001	Signifikan

Pada Tabel 4.1 dijelaskan mengenai hasil uji signifikan terhadap 14 model SARIMA sementara, terlihat bahwa diantara 14 model yang ada setelah melakukan proses *overfitting*, hanya 5 model SARIMA sementara yang memenuhi signifikan dalam parameter, dengan syarat jika $P_{value} < 0.05$ maka parameter dalam model signifikan sehingga dari 5 model yang signifikan tersebut dilanjutkan pada pengujian diagnostik untuk menentukan model terbaik.

Tabel 4.2: Uji Asumsi Normalitas

Model SARIMA	D_{hitung}	Keputusan
$([1, 2, 6], 1, 0)(0, 1, 1)^{12}$	0.054702	Normal
$([1, 6], 1, 0)(0, 1, 1)^{12}$	0.068365	Normal
$([1, 2], 1, 0)(0, 1, 1)^{12}$	0.037598	Normal
$(1, 1, 0)(0, 1, 1)^{12}$	0.070082	Normal
$(6, 1, 0)(0, 1, 1)^{12}$	0.039685	Normal

Pada Tabel 4.2 dijelaskan bahwa terdapat 5 model SARIMA sementara memenuhi asumsi normal pada residualnya, yang dapat dilihat pada nilai $D_{hitung} > 0.05$ sehingga selanjutnya dilakukan uji *white noise* pada residual untuk 5 model SARIMA sementara tersebut.

Tabel 4.3: Uji *White Noise*

Model SARIMA	Lag	P-value	Keputusan
$([1, 2, 6], 1, 0)(0, 1, 1)^{12}$	6	0.2480	<i>White Noise</i>
	12	0.3650	
	18	0.7766	
	24	0.8807	
	30	0.9635	
	36	0.9799	
	42	0.8491	
	48	0.8188	
$([1, 6], 1, 0)(0, 1, 1)^{12}$	6	0.0045	Tidak <i>White Noise</i>
	12	0.0089	
	18	0.0652	
	24	0.1112	
	30	0.2617	
	36	0.4336	
	42	0.2717	
	48	0.3484	

Tabel 4.3: Uji *White Noise*

Model SARIMA	Lag	P-value	Keputusan
$([1, 2], 1, 0)(0, 1, 1)^{12}$	6	0.0193	Tidak <i>White Noise</i>
	12	0.0258	
	18	0.0829	
	24	0.11156	
	30	0.2337	
	36	0.3736	
	42	0.1905	
	48	0.1479	
$(1, 1, 0)(0, 1, 1)^{12}$	6	0.0001	Tidak <i>White Noise</i>
	12	$< \mathbf{0.0001}$	
	18	$< \mathbf{0.0001}$	
	24	$< \mathbf{0.0001}$	
	30	$< \mathbf{0.0001}$	
	36	0.0030	
	42	0.0013	
	48	0.0017	
$(6, 1, 0)(0, 1, 1)^{12}$	6	0.0005	Tidak <i>White Noise</i>
	12	0.0022	
	18	0.0158	
	24	0.0297	
	30	0.0786	
	36	0.1533	
	42	0.0203	
	48	0.0482	

Pada Tabel 4.3 dijelaskan bahwa diantara 5 model SARIMA sementara tersebut, hanya satu model SARIMA yang residualnya memenuhi asumsi *white noise* yang artinya residual dalam model tersebut independen yaitu tidak saling berkorelasi dan model tersebut yaitu model SARIMA $([1, 2, 6], 1, 0)(0, 1, 1)^{12}$.

Berdasarkan pada Tabel 4.1, Tabel 4.2, dan Tabel 4.3, yakni diperoleh model terbaik yang memenuhi signifikan pada parameter-nya serta residualnya berdistribusi normal dan *white noise* yaitu model SARIMA $([1, 2, 6], 1, 0)(0, 1, 1)^{12}$, dimana model tersebut dapat diuraikan sebagai berikut :

$$\begin{aligned}
 Y_t(1 - \phi_1 B - \phi_1 B^2 - \phi_6 B^6)(1 - B)(1 - B^{12}) &= a_t(1 - \Theta_{12} B^{12}) \\
 (Y_t - \phi_1 Y_{t-1} - \phi_2 Y_{t-2} - \phi_6 Y_{t-6})(1 - B)(1 - B^{12}) &= a_t(1 - \Theta_{12} B^{12}) \\
 (Y_t - \phi_1 Y_{t-1} - \phi_2 Y_{t-2} - \phi_6 Y_{t-6} - Y_{t-1} + \phi_1 Y_{t-2} \\
 + \phi_2 Y_{t-3} + \phi_6 Y_{t-7})(1 - B^{12}) &= a_t(1 - \Theta_{12} B^{12}) \\
 Y_t - \phi_1 Y_{t-1} - \phi_2 Y_{t-2} - \phi_6 Y_{t-6} - Y_{t-1} \\
 + \phi_1 Y_{t-2} + \phi_2 Y_{t-3} + \phi_6 Y_{t-7} \\
 - Y_{t-12} + \phi_1 Y_{t-13} + \phi_2 Y_{t-14} + \phi_6 Y_{t-18} \\
 + Y_{t-13} - \phi_1 Y_{t-14} - \phi_2 Y_{t-15} - \phi_6 Y_{t-19} &= a_t - \Theta_{12} a_{t-12}
 \end{aligned} \tag{4.4}$$

$$\begin{aligned}
 Y_t &= \phi_1 Y_{t-1} + \phi_2 Y_{t-2} + \phi_6 Y_{t-6} + Y_{t-1} - \phi_1 Y_{t-2} - \phi_2 Y_{t-3} \\
 &\quad - \phi_6 Y_{t-7} + Y_{t-12} - \phi_1 Y_{t-13} - \phi_2 Y_{t-14} - \phi_6 Y_{t-18} \\
 &\quad - Y_{t-13} + \phi_1 Y_{t-14} + \phi_2 Y_{t-15} + \phi_6 Y_{t-19} + a_t - \Theta_{12} a_{t-12},
 \end{aligned} \tag{4.5}$$

dengan :

Y_t adalah data curah hujan hasil transformasi

ϕ adalah nilai koefisien AR

Θ adalah nilai koefisien MA musiman.

Berdasarkan hasil penguraian model SARIMA $([1, 2, 6], 1, 0)(0, 1, 1)^{12}$, sehingga dapat diperoleh hasil ramalan untuk tahun 2017

dimana dapat dihitung dari Y_{121} sampai Y_{132} . Berikut ini adalah hasil ramalan curah hujan di Tabanan Bali dengan Metode ARIMA:

Tabel 4.4: Hasil Ramalan Curah Hujan di Tabanan Bali Tahun 2017

No.	Bulan	Hasil Ramalan(mm/hari)
1	Januari	31.00593051
2	Februari	31.01863238
3	Maret	23.07059878
4	April	20.43871533
5	Mei	15.67197823
6	Juni	5.843018774
7	Juli	5.449416359
8	Agustus	3.090993773
9	September	1.493669625
10	Oktober	11.15543705
11	November	20.63065345
12	Desember	30.27560874

Tabel 4.5: Statistika Deskriptif Hasil Peramalan Curah Hujan

	Nilai Ramalan (mm/hari)	Keterangan
Maksimum	31.01863238	Bulan Februari
Minimum	1.493669625	Bulan September
Mean	16.59538774	-

Tabel 4.6: Perhitungan MSE, RMSE dan MAPE

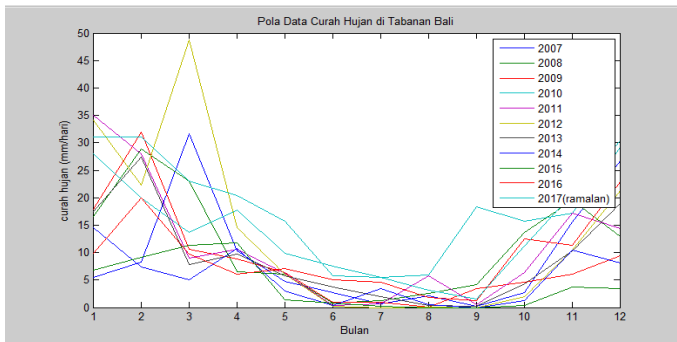
MSE	RMSE	MAPE(%)
0.1657	0.4071	1.7359

4.2 Karakteristik Curah Hujan di Tabanan Bali Pos Candikuning

Berikut ini adalah gambaran umum mengenai karakteristik curah hujan di Tabanan Bali ditunjukkan melalui statistika deskriptif dari curah hujan yang terlihat pada Tabel 4.7, pola curah hujan melalui histogram serta plot untuk *heavy tail* data curah hujan di Tabanan Bali.

Tabel 4.7: Statistika Deskriptif Curah Hujan(mm/hari)

Rata-rata	Standar Deviasi	Minimum	Maksimum
10.8307	10.7327	0	48.7258

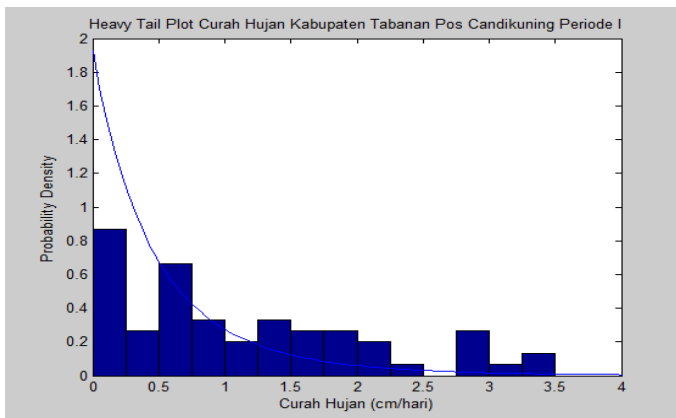


Gambar 4.10: Pola Data Curah Hujan di Tabanan Bali

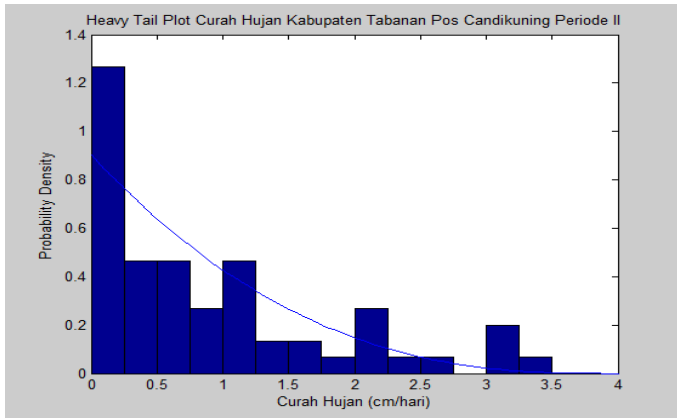
Pada Gambar 4.10 menjelaskan mengenai pola data curah hujan di Tabanan Bali dari tahun 2008 sampai 2017. Terlihat bahwa pola data curah hujan pada tahun 2017 yang merupakan hasil proses peramalan tersebut juga membentuk kurva U dan sesuai dengan pola curah hujan untuk tahun sebelumnya. Puncak curah hujan dari beberapa tahun tersebut terlihat berbeda, namun nilai terendah dari curah hujan di beberapa tahun terlihat dominan pada bulan ke-6

sampai bulan ke-8.

Pada Gambar 4.11 dan Gambar 4.12, diketahui bahwa data curah hujan pada periode I dan periode II memiliki ekor distribusi yang turun secara lambat. Hal ini menunjukkan bahwa pada data tersebut terindikasi terjadinya *heavy tail* atau ekor gemuk pada data curah hujan tersebut. *Heavy Tail* merupakan keadaan dimana suatu distribusi memiliki peluang-peluang terjadinya nilai ekstrem lebih tinggi daripada distribusi-distribusi dengan *normal-tail* dan *flat-tail*. Data ekstrim pada masing-masing periode dapat dilihat dari penentuan nilai yang berada melebihi nilai *threshold* dari suatu data tersebut, sehingga akibatnya akan ditentukan nilai *threshold* dari data curah hujan periode pertama dan periode kedua untuk memperoleh data ekstrimnya. Curah hujan ekstrem (maksimum) diidentifikasi dengan adanya nilai curah hujan yang sangat tinggi pada periode waktu tertentu dan dapat dilihat dari histogram berdasarkan Gambar 4.11 dan Gambar 4.12 yang menunjukkan bahwa pola data curah hujan mengandung data berekor (nilai ekstrem).



Gambar 4.11: Histogram Curah Hujan di Tabanan Bali Periode I (2008-2012)



Gambar 4.12: Histogram Curah Hujan di Tabanan Bali Periode II (2013-2017)

4.3 Penentuan Nilai *Threshold*

Nilai *Threshold* ditentukan untuk mendapatkan nilai ekstrim pada data curah hujan tersebut di setiap periodenya yang dapat dilihat pada Tabel 4.8 untuk nilai *threshold* pada periode I dan periode II. Penentuan nilai *threshold* ini didapatkan melalui metode presentase 10%, dimana mengurutkan data dari yang terbesar hingga terkecil kemudian mengambil data ekstrim $b = 10\% \times N$, dimana N adalah jumlah data dari setiap periode. Selanjutnya mendapatkan nilai *threshold* pada $b + 1$.

Tabel 4.8: Nilai Threshold pada Data Curah Hujan

	Periode I	Periode II
N	60	60
b	6	6
<i>threshold</i> (cm/hari)	2.8473	2.5214

4.4 Estimasi Parameter Generalized Pareto Distribution dengan MLE

Jika peubah acak X berdistribusi GPD (k, σ) maka pdf nya adalah

$$f(k, \sigma|x) = \begin{cases} \frac{1}{\sigma} \left(1 + \frac{kx}{\sigma}\right)^{-\left(\frac{1}{k}+1\right)}, & k \neq 0 \\ \frac{1}{\sigma} (e)^{-\frac{x}{\sigma}}, & k = 0 \end{cases}, \quad (4.6)$$

dengan $0 \leq x < \infty$ jika $k \leq 0$ dan $0 \leq x < -\frac{\sigma}{k}$ jika $k < 0$.

Mengestimasi parameter GPD ini salah satunya dengan metode *Maximum Likelihood Estimation*, dimana metode ini merupakan metode yang dapat memaksimumkan fungsi *likelihood* merupakan fungsi peluang bersama x_1, x_2, \dots, x_n . Berikut ini merupakan fungsi *likelihood* dari pdf GPD untuk $k \neq 0$ yaitu :

$$\begin{aligned} L(k) &= \prod_{i=1}^n f(k, \sigma|x) \\ L(k) &= \prod_{i=1}^n \frac{1}{\sigma} \left(1 + \frac{kx_i}{\sigma}\right)^{-\left(\frac{1}{k}+1\right)} \\ L(k) &= \sigma^{-n} \prod_{i=1}^n \left(1 + \frac{kx_i}{\sigma}\right)^{-\left(\frac{1}{k}+1\right)} \\ \ln L(k) &= \ln(\sigma^{-n} \prod_{i=1}^n \left(1 + \frac{kx_i}{\sigma}\right)^{-\left(\frac{1}{k}+1\right)}) \\ \ln L(k) &= -n \ln \sigma + \left(\ln \sum_{i=1}^n \left(1 + \frac{kx_i}{\sigma}\right)^{-\left(\frac{1}{k}+1\right)}\right) \\ \ln L(k) &= -n \ln \sigma - \left(\frac{1}{k} + 1\right) \left(\ln \sum_{i=1}^n \left(1 + \frac{kx_i}{\sigma}\right)\right). \end{aligned} \quad (4.7)$$

Pada tahap selanjutnya setelah mendapatkan nilai \ln *likelihood*, langkah selanjutnya yaitu memaksimumkan nilai \ln *likelihoodnya*

dengan mendapatkan turunan pertama terhadap parameter k menjadi sama dengan nol. Berikut ini hasil yang diperoleh yaitu :

$$\begin{aligned}\frac{\partial \ln L}{\partial k} &= 0 + \left(\frac{1}{k^2} \sum_{i=1}^n \ln \left(1 + \frac{kx_i}{\sigma} \right) \right) - \left(\frac{1}{k} \sum_{i=1}^n \frac{x_i}{\sigma + kx_i} \right) \\ \frac{\partial \ln L}{\partial k} &= \left(\frac{1}{k^2} \sum_{i=1}^n \ln \left(1 + \frac{kx_i}{\sigma} \right) \right) - \left(\frac{1}{k} \sum_{i=1}^n \frac{x_i}{\sigma + kx_i} \right).\end{aligned}\tag{4.8}$$

Untuk mendapatkan estimasi parameter dari \hat{k} yaitu dengan membuat persamaan 4.8 menjadi 0, sehingga diperoleh hasil sebagai berikut :

$$\begin{aligned}\left(\frac{1}{k^2} \sum_{i=1}^n \ln \left(1 + \frac{kx_i}{\sigma} \right) \right) - \left(\frac{1}{k} \sum_{i=1}^n \frac{x_i}{\sigma + kx_i} \right) &= 0 \\ \left(\frac{1}{k^2} \sum_{i=1}^n \ln \left(1 + \frac{kx_i}{\sigma} \right) \right) &= \left(\frac{1}{k} + 1 \right) \sum_{i=1}^n \frac{x_i}{\sigma + kx_i} \\ \frac{\sum_{i=1}^n \ln \left(1 + \frac{kx_i}{\sigma} \right)}{\sum_{i=1}^n \frac{x_i}{\sigma + kx_i}} &= k^2 \frac{1 + k}{k} \\ \hat{k} &= \frac{1}{1 + \hat{k}} \frac{\sum_{i=1}^n \ln \left(1 + \frac{\hat{k}x_i}{\sigma} \right)}{\sum_{i=1}^n \frac{x_i}{\sigma + \hat{k}x_i}}.\end{aligned}\tag{4.9}$$

Pada tahap selanjutnya yaitu dilakukan suatu proses estimasi kembali untuk mencari nilai parameter skala adalah σ pada jenis fungsi *Generalized Pareto Distribution* (GPD) untuk syarat $\hat{k} \neq 0$ dengan mendapatkan turunan pertama terhadap parameter skalanya yaitu σ .

$$\begin{aligned}
\frac{\partial \ln L}{\partial \sigma} &= \frac{-n}{\sigma} + \left(\frac{1}{k} + 1\right) \sum_{i=1}^n \frac{kx_i}{\sigma^2 + \sigma kx_i} \\
\frac{\partial \ln L}{\partial \sigma} &= \frac{1}{\sigma} \left(-n + \left(\frac{1}{k} + 1\right) \sum_{i=1}^n \frac{kx_i}{\sigma + kx_i}\right) \\
\frac{\partial \ln L}{\partial \sigma} &= \frac{1}{\sigma} \left(-n + (1 + k) \sum_{i=1}^n \frac{x_i}{\sigma + kx_i}\right).
\end{aligned}
\tag{4.10}$$

Untuk mendapatkan estimasi parameter $\hat{\sigma}$ adalah dengan membuat turunan pertama fungsi *likelihood* terhadap parameter σ menjadi 0 atau $\frac{\partial \ln L}{\partial \sigma} = 0$, sehingga diperoleh hasil sebagai berikut.

$$\begin{aligned}
\frac{1}{\sigma} \left(-n + (1 + k) \sum_{i=1}^n \frac{x_i}{\sigma + kx_i}\right) &= 0 \\
(-n + (1 + k) \sum_{i=1}^n \frac{x_i}{\sigma + kx_i}) &= 0 \\
(1 + k) \sum_{i=1}^n \frac{x_i}{\sigma + kx_i} &= n \\
(1 + k) \sum_{i=1}^n x_i &= n \left(\sum_{i=1}^n \sigma + kx_i\right) \\
(1 + k) \sum_{i=1}^n x_i &= n^2 \sigma + n \sum_{i=1}^n kx_i
\end{aligned}
\tag{4.11}$$

$$\begin{aligned}
n^2\sigma &= ((1+k) \sum_{i=1}^n kx_i - nk \sum_{i=1}^n x_i) \\
\hat{\sigma} &= \frac{(1+\hat{k}) \sum_{i=1}^n x_i - n\hat{k} \sum_{i=1}^n x_i}{n^2} \\
\hat{\sigma} &= \frac{(1+\hat{k} - n\hat{k}) \sum_{i=1}^n x_i}{n^2}.
\end{aligned}
\tag{4.12}$$

Jika dilihat dari nilai parameter \hat{k} dan $\hat{\sigma}$ berbentuk persamaan yang tidak *closed form* karena masih adanya parameter dipersamaan akhirnya, maka digunakan *software* Matlab R2013a untuk membantu menghitung nilai parameter bentuk dan skala dari fungsi GPD tersebut. Kemudian tahap selanjutnya, dilakukan estimasi parameter *Generalized Pareto Distribution* dengan menggunakan *Maximum Likelihood Estimation*(MLE) untuk nilai parameter bentuknya adalah $\hat{k} = 0$.

$$\begin{aligned}
L(k) &= \prod_{i=1}^n f(k, \sigma|x) \\
L(k) &= \prod_{i=1}^n \frac{1}{\sigma} e^{-\frac{x_i}{\sigma}} \\
L(k) &= \left(\frac{1}{\sigma}\right)^n \prod_{i=1}^n e^{-\frac{x_i}{\sigma}} \\
\ln L(k) &= \ln\left(\left(\frac{1}{\sigma}\right)^n \prod_{i=1}^n e^{-\frac{x_i}{\sigma}}\right) \\
\ln L(k) &= \ln((\sigma)^{-n}) + \ln e^{-\sum_{i=1}^n \frac{x_i}{\sigma}} \\
\ln L(k) &= -n \ln(\sigma) - \frac{1}{\sigma} \sum_{i=1}^n x_i,
\end{aligned}
\tag{4.13}$$

Tahap selanjutnya yaitu mendapatkan nilai parameter skala yaitu $\hat{\sigma}$ dengan $\frac{\partial \ln L}{\partial \sigma} = 0$, dengan diperoleh hasilnya sebagai berikut.

$$\begin{aligned} \frac{-n}{\sigma} + \frac{1}{\sigma^2} \sum_{i=1}^n x_i &= 0 \\ \frac{1}{\sigma^2} \sum_{i=1}^n x_i &= \frac{n}{\sigma} \\ \frac{\sigma^2}{\sigma} &= \frac{\sum_{i=1}^n x_i}{n} \\ \sigma &= \frac{\sum_{i=1}^n x_i}{n} \\ \hat{\sigma} &= \bar{x}. \end{aligned}$$

(4.14)

Berdasarkan nilai parameter bentuk (\hat{k}) yang diperoleh pada persamaan 4.9, terlihat bahwa persamaan yang dihasilkan berupa persamaan yang tidak *closed form* karena masih terdapat parameter di dalam persamaan akhirnya sehingga persamaan tersebut tidak bisa diselesaikan secara manual. Berikut ini adalah hasil estimasi parameter dari *Generalized Pareto Distribution* menggunakan *Maximum Likelihood Estimation*(MLE) yang ditunjukkan pada Tabel 4.9 sebagai berikut.

Tabel 4.9: Hasil Estimasi Parameter GPD pada Data Curah Hujan Tabanan Bali

Nilai	Periode I(2008-2012)	Periode II(2013-2017)
$\hat{\sigma}$ (parameter skala)	0.5192	1.1062
CI 95% untuk $\hat{\sigma}$	$0.1234 \leq \hat{\sigma} \leq 2.1845$	$0.3095 \leq \hat{\sigma} \leq 3.9538$
\hat{k} (parameter bentuk)	0.1650	-0.2849
CI 95% untuk \hat{k}	$-1.0356 \leq \hat{k} \leq 1.3656$	$-1.3018 \leq \hat{k} \leq 0.7321$
Tipe Distribusi	Distribusi Pareto	Distribusi Beta

Tabel 4.10: Hasil Test *Kolmogorov Smirnov*

	Periode I	Periode II
Mean	3.4640	3.3744
Standar Deviasi	0.7326	0.7646
D_{hitung}	0.3163	0.3166
P_{value}	0.4874	0.4863
Kesimpulan	Mengikuti Distribusi GPD	Mengikuti Distribusi GPD

1. Uji Kesesuaian Distribusi Periode I

Hipotesa :

$H_0 : F_n(x) = F_0(x)$ (Data telah mengikuti Distribusi GPD)

$H_1 : F_n(x) \neq F_0(x)$. (Data tidak mengikuti Distribusi GPD)

Statistika Uji :

$$\begin{aligned}
 D_{hitung} &= \sup |F_n(x) - F_o(X)| \\
 D_{hitung} &= 0.3163.
 \end{aligned}
 \tag{4.15}$$

Diperoleh untuk $D_{hitung} = 0.3163$ dan $D_{tabel} = D_{0.05,6} = 0.5210$

Kriteria Pengujian :

Karena $|D_{hitung}| < D_{0.05,6}$ sehingga H_0 diterima, artinya data pada periode I telah mengikuti Distribusi GPD.

2. Uji Kesesuaian Distribusi Periode II

Hipotesa :

$H_0 : F_n(x) = F_0(x)$ (Data telah mengikuti Distribusi GPD)

$H_1 : F_n(x) \neq F_0(x)$ (Data tidak mengikuti Distribusi GPD).

Statistika Uji :

$$\begin{aligned}
 D_{hitung} &= \sup |F_n(x) - F_o(X)| \\
 D_{hitung} &= 0.3166.
 \end{aligned}
 \tag{4.16}$$

Sehingga didapat $D_{hitung} = 0.3166$ dan $D_{0.05,6} = 0.5210$

Kriteria Pengujian :

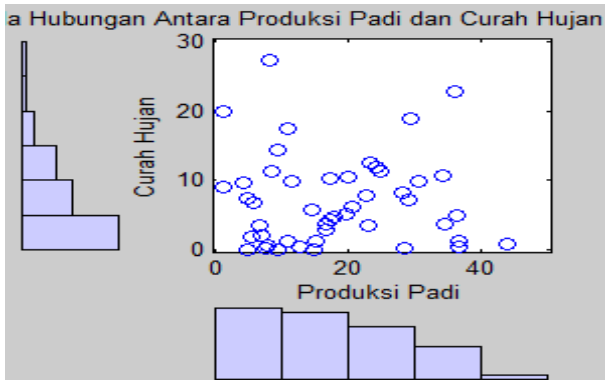
Karena $|D_{hitung}| < D_{0.05,6}$ sehingga H_o diterima, artinya data pada periode II telah mengikuti Distribusi GPD.

Perubahan iklim adalah suatu perubahan jangka panjang dalam distribusi pola cuaca yaitu curah hujan secara statistik sepanjang periode mulai dasawarsa (10 tahun) hingga jutaan tahun. Perubahan iklim ditandai dengan adanya perubahan distribusi pola cuaca yaitu curah hujan dalam jangka waktu minimal 10 tahun, dimana pada kasus di Tabanan Bali, diambil sampel curah hujan untuk dekteksi terjadinya perubahan iklim. Hasil yang diperoleh melalui estimasi parameter GPD dengan MLE, hasil parameter bentuk dari periode I adalah $\hat{k} = 0.1650$ dimana dalam GPD jika nilai $\hat{k} > 0$ maka jenis distribusinya adalah Pareto. Sedangkan pada periode II nilai parameter bentuknya adalah $\hat{k} = -0.2849$, dimana jika nilai $\hat{k} < 0$ maka jenis distribusinya adalah Beta. Sehingga pada periode I dan periode II terdeteksi terjadinya perubahan iklim di daerah Tabanan Bali karena adanya perubahan jenis distribusi dari periode I dan periode II. Namun jika dilihat dari *confidence interval*, nilai estimasi parameter bentuk periode I berada di dalam *confidence interval* periode II dan demikian pula sebaliknya. Dilihat juga dari nilai keseuaian distribusinya melalui uji *Kolmogorov Smirnov*, hasil testnya menunjukkan bahwa data ekstrim curah hujan pada periode I dan periode II telah mengikuti distribusi GPD. Sehingga dapat dari hal tersebut dapat dikatakan bahwa terjadinya perubahan iklim yang tidak terlalu signifikan pada kedua periode tersebut.

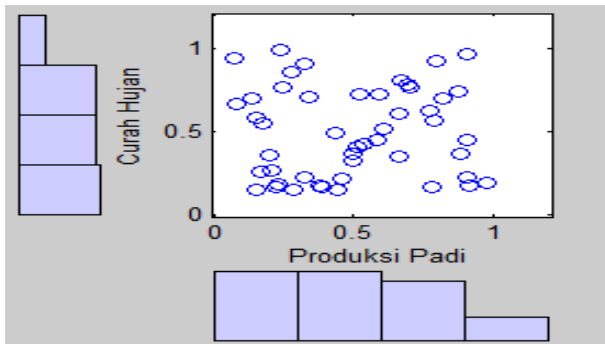
4.5 Identifikasi Hubungan Curah Hujan dan Produksi Padi di Tabanan Bali

Identifikasi terhadap pola hubungan antara curah hujan dan produksi padi di Tabanan Bali dapat dilihat melalui analisis *scatterplot* terhadap data curah hujan dan produksi padi. Analisis *tail dependensi* pada data curah hujan dan produksi padi dapat juga

dilihat melalui *scatterplot* pada kedua data tersebut. *Scatterplot* dari data produksi padi dan curah hujan di Tabanan Bali, ditunjukkan pada Gambar 4.13 dan Gambar 4.14 yaitu :



Gambar 4.13: *Scatterplot* data Produksi Padi dan Curah Hujan



Gambar 4.14: *Scatterplot* antara Produksi Padi dan Curah Hujan pada $UNIF(0,1)$

Tabel 4.11: Nilai Korelasi Tau Kendall

Nilai Korelasi	Z_{hitung}	P_{value}
0.0542	0.5434	0.5938

1. Uji Keberartian τ

Hipotesa :

 $H_o : \rho = 0$ (dua variabel independen) $H_1 : \rho \neq 0$ (dua variabel tidak independen)

Statistika Uji :

$$Z_{hitung} = \frac{\tau - \mu}{\sigma}, \quad (4.17)$$

karena nilai $\mu = 0$ dan nilai $\sigma = \sqrt{\frac{2(2N+5)}{9N(N-1)}}$, sehingga nilai Z_{hitung} sebagai berikut.

$$\begin{aligned}
 Z_{hitung} &= \frac{\tau}{\sqrt{\frac{2(2N+5)}{9N(N-1)}}} \\
 &= \frac{3\tau\sqrt{N(N-1)}}{\sqrt{2(2N+5)}} \\
 &= \frac{3(0.0542)\sqrt{48(48-1)}}{\sqrt{2(248+5)}} \\
 &= 0.5434.
 \end{aligned} \quad (4.18)$$

$$Z_{tabel} = Z_{0.025} = 1.96. \quad (4.19)$$

Kriteria Pengujian :

Karena $|Z_{hitung}| < Z_{tabel}$ sehingga H_o diterima akibatnya kedua variabel tersebut independen atau tidak saling berkorelasi.

Pola hubungan antara produksi padi dan curah hujan tidak cukup jika hanya ditunjukkan menggunakan *scatterplot* pada Gambar 4.13 dan Gambar 4.14 karena gambar tersebut tidak membentuk pola yang spesifik, sehingga sulit untuk dijelaskan hubungan kedua variabel tersebut. Berdasarkan nilai koefisien korelasi tau kendall antara produksi padi dan curah hujan di Tabanan Bali terlihat bahwa nilainya adalah 0.0542, dimana nilai tersebut menandakan terdapat hubungan yang sangat lemah antara produksi padi dan curah hujan. Dari hasil *p-value*nya juga diketahui bahwa $p\text{-value} > \alpha$, dimana nilai alpha adalah 5% sehingga artinya tidak ada hubungan erat antara produksi padi dengan curah hujan di Tabanan Bali. Sementara itu, berdasarkan pembahasan dengan *scatterplot* pada Gambar 4.13 dan Gambar 4.14 menunjukkan adanya titik-titik yang berdekatan. Hal ini mengindikasikan adanya hubungan antara produksi padi dan curah hujan, sehingga dilakukan analisis dependensi lebih lanjut dengan mengestimasi parameter keluarga Copula Archimedean yang terdiri dari Copula Clayton, Copula Gumbel serta Copula Frank dengan pendekatan Tau Kendall untuk melihat model dependensi secara khusus terhadap pola hubungan antara produksi padi dan curah hujan di Tabanan Bali.

4.6 Estimasi Parameter Copula dengan Pendekatan Tau Kendall

Diberikan (X_1, Y_1) dan (X_2, Y_2) adalah variabel peubah acak kontinu independen dengan fungsi gabungan H_1 dan H_2 , dengan marginal F untuk (X_1, Y_1) dan G untuk (X_2, Y_2) . Jika C_1 dan C_2 merupakan notasi dari Fungsi CDF Copula dari (X_1, Y_1) dan (X_2, Y_2) maka $H_1(x, y) = C_1(F(x), G(y))$ dan $H_2(x, y) = C_2(F(x), G(y))$. Jika Q yang dinotasikan sebagai perbedaan antara peluang konkordan dan diskordan dari (X_1, Y_1) dan (X_2, Y_2) dimana :

$$Q = P((X_1 - X_2)(Y_1 - Y_2) > 0) - P((X_1 - X_2)(Y_1 - Y_2) < 0), \quad (4.20)$$

sehingga diperoleh :

$$Q = Q(C_1, C_2) = 4 \int \int_{I^2} C_2(u, v) dC_1(u, v) - 1.$$

Bukti :

X dan Y merupakan variabel acak kontinu, sehingga peluang untuk konkordan dan diskordan dari (X_1, Y_1) dan (X_2, Y_2) adalah sebagai berikut.

$$P((X_1 - X_2)(Y_1 - Y_2) < 0) = 1 - P((X_1 - X_2)(Y_1 - Y_2) > 0).$$

Oleh karena itu, berdasarkan persamaan 4.20 sehingga diperoleh :

$$\begin{aligned} Q &= P((X_1 - X_2)(Y_1 - Y_2) > 0) - P((X_1 - X_2)(Y_1 - Y_2) < 0) \\ Q &= P((X_1 - X_2)(Y_1 - Y_2) > 0) - (1 - P((X_1 - X_2)(Y_1 - Y_2) > 0)) \\ Q &= P((X_1 - X_2)(Y_1 - Y_2) > 0) - 1 + P((X_1 - X_2)(Y_1 - Y_2) > 0) \\ Q &= 2P((X_1 - X_2)(Y_1 - Y_2) > 0) - 1. \end{aligned} \tag{4.21}$$

Namun sesuai definisi diketahui bahwa $P((X_1 - X_2)(Y_1 - Y_2) > 0) = P(X_1 > X_2, Y_1 > Y_2) + P(X_1 < X_2, Y_1 < Y_2)$ dan peluang tersebut dapat diperoleh dengan mengintegralkan distribusi dari salah satu vektor (X_1, Y_1) atau (X_2, Y_2) , misal dipilih vektor (X_1, Y_1) sehingga diperoleh :

$$\begin{aligned} P(X_1 > X_2, Y_1 > Y_2) &= P(X_2 < X_1, Y_2 < Y_1) \\ P(X_1 > X_2, Y_1 > Y_2) &= \int \int_{R^2} P(X_2 \leq x, Y_2 \leq y) dC_1(F(x), G(y)) \\ P(X_1 > X_2, Y_1 > Y_2) &= \int \int_{R^2} C_2(F(x), G(y)) dC_1(F(x), G(y)) \end{aligned} \tag{4.22}$$

Misalkan $u = F(x)$ dan $v = G(y)$, sehingga persamaan (4.22) menjadi :

$$P(X_1 > X_2, Y_1 > Y_2) = \int \int_{I^2} C_2(u, v) dC_1(u, v), \tag{4.23}$$

$$\begin{aligned}
P(X_1 < X_2, Y_1 < Y_2) &= \int \int_{R^2} P(X_2 > x, Y_2 > y) dC_1(F(x), G(y)) \\
P(X_1 < X_2, Y_1 < Y_2) &= \int \int_{R^2} (1 - P(X_2 < x) - P(Y_2 < y)) \\
&\quad + P(X_2 \leq x, Y_2 \leq y) dC_1(F(x), G(y)) \\
P(X_1 < X_2, Y_1 < Y_2) &= \int \int_{R^2} (1 - F(x) - G(y) + C_2(F(x), G(y))) \\
&\quad dC_1(F(x), G(y)) \\
P(X_1 < X_2, Y_1 < Y_2) &= \int \int_{I^2} (1 - u - v + C_2(u, v)) dC_1(u, v),
\end{aligned} \tag{4.24}$$

karena C_1 merupakan fungsi distribusi gabungan (U,V) dari uniform (0,1) sehingga $E(U) = E(V) = \frac{1}{2}$, oleh karena itu diperoleh :

$$\begin{aligned}
P(X_1 < X_2, Y_1 < Y_2) &= 1 - \frac{1}{2} - \frac{1}{2} + \int \int_{I^2} C_2(u, v) dC_1(u, v) \\
P(X_1 < X_2, Y_1 < Y_2) &= \int \int_{I^2} C_2(u, v) dC_1(u, v),
\end{aligned} \tag{4.25}$$

Berdasarkan persamaan (4.25) diperoleh :

$$\begin{aligned}
P((X_1 - X_2)(Y_1 - Y_2) > 0) &= P(X_1 > X_2, Y_1 > Y_2) \\
&\quad + P(X_1 < X_2, Y_1 < Y_2) \\
P((X_1 - X_2)(Y_1 - Y_2) > 0) &= \int \int_{I^2} C_2(u, v) dC_1(u, v) \\
&\quad + \int \int_{R^2} C_2(u, v) dC_1(u, v) \\
P((X_1 - X_2)(Y_1 - Y_2) > 0) &= 2 \int \int_{I^2} C_2(u, v) dC_1(u, v).
\end{aligned} \tag{4.26}$$

Oleh karena itu , berdasarkan pada persamaan (4.26) sehingga diperoleh nilai Q yang menunjukan nilai dari fungsi estimasi parameter

Copula dengan pendekatan Tau Kendall adalah sebagai berikut.

$$\begin{aligned}
 Q &= 2P((X_1 - X_2)(Y_1 - Y_2) > 0) - 1 \\
 Q &= 2(2 \int \int_{R^2} C_2(u, v) dC_1(u, v)) - 1 \\
 Q &= 4 \int \int_{I^2} C_2(u, v) dC_1(u, v) - 1 \\
 Q(C.C) &= 4 \int \int_{I^2} C(u, v) dC(u, v) - 1 \\
 \tau_C &= 4 \int \int_{I^2} C(u, v) dC(u, v) - 1 \\
 \tau_{XY} &= 4 \int \int_{I^2} C(u, v) dC(u, v) - 1.
 \end{aligned}
 \tag{4.27}$$

Pada tahap selanjutnya, dilakukan proses perhitungan berdasarkan persamaan (4.26) untuk mencari persamaan korelasi Tau Kendall yang berkaitan dengan fungsi generator dari keluarga Copula Arcimedeon yang terdiri dari Copula Clayton, Copula Gumbel serta Copula Frank yang memiliki fungsi generator yang berbeda. Misalkan u dan v adalah variabel peubah acak $UNIF(0, 1)$ yang memiliki fungsi distribusi bersama C dan $K_c(t)$ menyatakan fungsi distribusi bersama dari $C(u, v)$ [15]. Berikut ini ditunjukkan nilai dari fungsi distribusi bersama $K_c(t)$ antara lain :

$$K_c(t) = t - \frac{\phi(t)}{\phi'(t)}, \tag{4.28}$$

dengan :

$K_c(t)$: fungsi distribusi bersama dari $C(u, v)$

$\phi(t)$: Fungsi generator Copula

$\phi'(t)$: Turunan pertama fungsi generator Copula.

Diketahui juga untuk nilai dari pendekatan Tau Kendall pada estimasi parameter Copula berdasarkan persamaan (4.27) yaitu :

$$\begin{aligned}
 \tau &= 4(E(C(u, v))) - 1 \\
 &= 4(E(k_c(t))) - 1 \\
 &= 4\left(\int_0^1 tk_c(t)dt\right) - 1 \\
 &= 4(tK_c(t)|_0^1 - \int_0^1 K_c(t)dt) - 1 \\
 &= 4(K_c(1) - \int_0^1 K_c(t)dt) - 1 \\
 &= 4(1 - \int_0^1 K_c(t)dt) - 1 \\
 &= 4(1 - \int_0^1 t - \frac{\phi(t)}{\phi'(t)}dt) - 1 \\
 &= 4 - 4\int_0^1 tdt + 4\int_0^1 \frac{\phi(t)}{\phi'(t)}dt - 1 \\
 &= 3 - 4(\frac{1}{2}t^2|_0^1) + 4\int_0^1 \frac{\phi(t)}{\phi'(t)}dt \\
 &= 3 - 2 + 4\int_0^1 \frac{\phi(t)}{\phi'(t)}dt \\
 &= 1 + 4\int_0^1 \frac{\phi(t)}{\phi'(t)}dt.
 \end{aligned}
 \tag{4.29}$$

Berdasarkan persamaan (4.29), diperoleh estimasi parameter Copula Archimedean dengan pendekatan Tau Kendall yaitu :

$$\tau = 1 + 4\int_0^1 \frac{\phi(t)}{\phi'(t)}dt,
 \tag{4.30}$$

dengan :

τ : Nilai korelasi Tau Kendall

$\phi(t)$: Fungsi generator Copula Archimedean.

Pada analisa Copula ini digunakan keluarga Copula Archimedean yang terdiri dari Clayton, Gumbel dan Frank. Berikut ini adalah estimasi parameter Copula Archimedean dengan pendekatan Tau Kendall yang ditunjukkan pada Tabel 4.13.

Tabel 4.12: Estimasi Parameter Copula Archimedean

Jenis Copula	Generator $\phi(u)$	Estimasi $\hat{\theta}$
Clayton	$u^{-\theta} - 1$	$\hat{\tau} = \frac{\theta_c}{\theta_C + 2}, \hat{\theta}_C = \frac{2\tau}{1-\tau}$
Gumbel	$(-\ln u)^\theta$	$\hat{\tau} = 1 - \frac{1}{\theta_G}, \hat{\theta}_G = \frac{1}{1-\tau}$
Frank	$\ln\left(\frac{e^{\theta u} - 1}{e^\theta - 1}\right)$	$\hat{\tau} = -1 + 4(1 - D_1(\theta_F))/\theta_F$

Tabel 4.13: Hasil Estimasi Parameter Copula Archimedean dengan Pendekatan Tau Kendall

Jenis Copula	Estimasi $\hat{\theta}$	SE($\hat{\theta}$)	$ Z_{hitung} $	Keterangan
Clayton	0.1145	0.0402	2.8480	Signifikan
Gumbel	1.0573	0.0423	24.9672	Signifikan
Frank	-0.4885	0.0378	12.9372	Signifikan

1. Estimasi Parameter Copula dengan Pendekatan Tau Kendall

Copula Clayton

Fungsi generator Copula Clayton yaitu :

$$\phi(u) = u^{-\theta} - 1,$$

dengan fungsi turunan generator Copula Clayton yaitu:

$$\phi'(u) = -\theta u^{-(\theta+1)},$$

dimana estimasi Copula dengan pendekatan Tau Kendall berdasarkan persamaan (4.30) adalah

$$\begin{aligned}
 \tau &= 1 + 4 \int_0^1 \frac{\phi(u)}{\phi'(u)} du \\
 \tau &= 1 + 4 \int_0^1 \frac{\phi(u)}{\phi'(u)} du \\
 \tau &= 1 + 4 \int_0^1 \frac{u^{-\theta} - 1}{-\theta u^{-(\theta+1)}} dt \\
 \tau &= 1 - \frac{4}{\theta} \left(\int_0^1 u du - \int_0^1 u^{\theta+1} du \right) \\
 \tau &= 1 - \frac{4}{\theta} \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{\theta+2} \right) \\
 \tau &= 1 - 2 \left(\frac{1}{\theta+2} \right).
 \end{aligned}
 \tag{4.31}$$

Nilai parameter dari Copula Clayton adalah :

$$\begin{aligned}
 \hat{\theta} &= \frac{2\tau}{1 - \tau} \\
 \hat{\theta} &= \frac{2(0.0542)}{1 - 0.0542} \\
 \hat{\theta} &= 0.1145
 \end{aligned}
 \tag{4.32}$$

Copula Gumbel

Fungsi generator Copula Gumbel yaitu :

$$\phi(u) = (-\ln u)^\theta,$$

dengan turunan fungsi generator Copula Gumbel yaitu :

$$\phi'(u) = \frac{-\theta}{u} (\ln u)^{\theta-1},$$

dimana estimasi Copula Gumbel dengan pendekatan Tau Kendall berdasarkan persamaan (4.30) adalah

$$\begin{aligned}
 \tau &= 1 + 4 \int_0^1 \frac{\phi(u)}{\phi'(u)} du \\
 \tau &= 1 + 4 \int_0^1 \frac{(-\ln u)^\theta}{\frac{-\theta}{u} (\ln u)^{\theta-1}} du \\
 \tau &= 1 + \frac{4}{\theta} \int_0^1 u (\ln u) du \\
 \tau &= 1 + \frac{4}{\theta} \left(\left(\frac{1}{2} \right)^2 \ln 1 - \frac{1}{2} 0^2 \ln u \right) - \int_0^1 \frac{1}{2} u du \\
 \tau &= 1 + \frac{4}{\theta} \left(0 - \int_0^1 \frac{1}{2} u du \right) \\
 \tau &= 1 + \frac{4}{\theta} \left(-\frac{1}{4} \right) \\
 \tau &= 1 - \frac{1}{\theta}
 \end{aligned}
 \tag{4.33}$$

Nilai parameter dari Copula Gumbel adalah :

$$\begin{aligned}
 \hat{\theta} &= \frac{1}{1 - \tau} \\
 \hat{\theta} &= \frac{1}{1 - 0.0542} \\
 \hat{\theta} &= 1.0573
 \end{aligned}$$

Copula Frank

Fungsi generator Copula Frank yaitu :

$$\phi(u) = \ln\left(\frac{e^{\theta u} - 1}{e^\theta - 1}\right),$$

dengan turunan fungsi generator Copula Frank yaitu :

$$\phi'(u) = \frac{\theta e^{\theta u}}{e^{\theta u} - 1},$$

dimana estimasi Copula Frank dengan pendekatan Tau Kendall berdasarkan persamaan (4.30) adalah

$$\begin{aligned}\tau &= 1 + 4 \int_0^1 \frac{\phi(u)}{\phi'(u)} du \\ \tau &= 1 + 4 \int_0^1 \frac{\ln\left(\frac{e^{\theta u} - 1}{e^{\theta} - 1}\right)}{\frac{\theta e^{\theta u}}{e^{\theta u} - 1}} du \\ \tau &= 1 + 4 \int_0^1 \frac{1}{\theta} (1 - e^{-\theta u}) \ln\left(\frac{e^{\theta u} - 1}{e^{\theta} - 1}\right) du.\end{aligned}\tag{4.34}$$

Misalkan $u = \frac{t}{\theta} \Rightarrow du = \frac{1}{\theta} dt$ dan untuk $u = 0 \Rightarrow t = 0, u = 1 \Rightarrow t = \theta$, sehingga diperoleh :

$$\begin{aligned}\tau &= 1 + 4 \int_0^{\theta} \frac{1}{\theta} (1 - e^{-t}) \ln\left(\frac{e^t - 1}{e^{\theta} - 1}\right) \frac{1}{\theta} dt, \\ \tau &= 1 + 4 \int_0^{\theta} \frac{1}{\theta^2} (1 - e^{-t}) \ln\left(\frac{e^t - 1}{e^{\theta} - 1}\right) dt.\end{aligned}\tag{4.35}$$

Misalkan $v = \ln\left(\frac{e^t - 1}{e^{\theta} - 1}\right) \Rightarrow dv = \frac{e^t}{e^t - 1} dt$ dan $dw = (1 - e^{-t}) dt \Rightarrow w = (t + e^{-t} - 1)$, sehingga diperoleh :

$$\begin{aligned}\tau &= 1 + 4 \left(\frac{1}{\theta^2} \left[(t + e^{-t} - 1) \ln\left(\frac{e^t - 1}{e^{\theta} - 1}\right) \right]_0^{\theta} \right. \\ &\quad \left. - \int_0^{\theta} (t + e^{-t} - 1) \frac{e^t}{e^t - 1} dt \right).\end{aligned}\tag{4.36}$$

diketahui bahwa :

$$(t + e^{-t} - 1) \frac{e^t}{e^t - 1} = t - 1 + \frac{t}{e^t - 1}. \quad (4.37)$$

Sesuai dengan persamaan (4.37), maka diperoleh :

$$\begin{aligned} \tau &= 1 + \frac{4}{\theta^2} (0 - \int_0^\theta (t + e^{-t} - 1) \frac{e^t}{e^t - 1} dt) \\ \tau &= 1 + \frac{4}{\theta^2} (0 - \int_0^\theta (t - 1 + \frac{t}{e^t - 1} dt) \\ \tau &= 1 - \frac{4}{\theta^2} (\int_0^\theta (t - 1 + \frac{t}{e^t - 1} dt) \\ \tau &= 1 - \frac{4}{\theta^2} (\int_0^\theta (t - 1) + \int_0^\theta (\frac{t}{e^t - 1} dt) \\ \tau &= 1 - \frac{4}{\theta^2} ((\frac{\theta^2}{2} - \theta) + \int_0^\theta (\frac{t}{e^t - 1} dt) \\ \tau &= 1 - 4(\frac{1}{\theta^2} (\frac{\theta^2}{2} - \theta) + \frac{1}{\theta} (\frac{1}{\theta} \int_0^\theta (\frac{t}{e^t - 1} dt))) \\ \tau &= 1 - 4(\frac{1}{2} - \frac{1}{\theta} + \frac{1}{\theta} (D_1(\theta))) \\ \tau &= 1 - 2 + \frac{4}{\theta} (1 - (D_1(\theta))) \\ \hat{\tau} &= -1 + \frac{4}{\hat{\theta}} (1 - (D_1(\hat{\theta}))), \end{aligned} \quad (4.38)$$

dengan :

$D_1(k)$: Fungsi Debye.

Nilai parameter dari Copula Frank diperoleh dari bantuan *software* matlab R2013a, dengan hasil estimasi yaitu :

$$\hat{\theta} = -0.4885$$

2. Uji Signifikan Parameter Copula \hat{k} Hipotesa:

$$H_o : \theta = \theta_o$$

$$H_1 : \theta \neq \theta_o.$$

Statistika Uji :

$$\begin{aligned} Z &= \frac{\hat{\theta}}{SE(\hat{\theta})} \\ Z &= \frac{0.1145}{0.0402} \\ Z &= 2.8480. \end{aligned} \tag{4.39}$$

Sehingga diperoleh $Z_{hitung} = 2.8480$, dimana $Z_{tabel} = Z_{\frac{\alpha}{2}} = 1.96$.

Kriteria Pengujian :

Karena $|Z_{hitung}| > Z_{\frac{\alpha}{2}}$ atau sehingga H_o ditolak akibatnya data mengikuti model Copula yang diasumsikan dan signifikan.

Pada Tabel 4.1.2 menunjukan bahwa hubungan antara produksi padi dan curah hujan mengikuti jenis Copula berdasarkan parameter yang signifikan, dengan pengujian $Z_{hitung} > Z_{tabel}$. Dalam nilai estimasi setiap jenis copula Archimedian yaitu Clayton, Gumbel dan Frank, semua nilai estimasi berada pada selang batas setiap jenis Copula Archimedian dimana estimasi parameter Clayton bernilai $\hat{\theta} = 0.1145$ dimana untuk batas nilai parameter Clayton adalah $\theta \in [-1, \infty) - (0)$, estimasi parameter Gumbel bernilai bernilai $\hat{\theta} = 1.0573$ dimana untuk batas nilai parameter Gumbel adalah $\theta \in [1, \infty)$ dan nilai estimasi parameter Frank bernilai $\hat{\theta} = -0.4885$ dimana untuk batas nilai parameter Frank adalah $\theta \in R - (0)$. Karena semua nilai parameter masuk dalam batasan yang telah ditentukan serta nilai parameternya bersifat signifikan, sehingga dikatakan bahwa struktur dependensi produksi padi dan curah hujan memiliki suatu hubungan yang mengikuti lebih dari satu jenis Copula, akibatnya dilakukan proses *fitting* Copula dengan melihat nilai Log-Likelihood

yang terbesar diantara setiap jenis keluarga Copula Archimedean untuk mendapatkan model terbaik.

4.7 Fitting Copula Archimedean dengan Nilai Log-Likelihood

Nilai dari *probability density function* (pdf) dari fungsi Copula Bivariate adalah $c(u, v)$, dimana dengan *Maximum Likelihood Estimation* (MLE) diperoleh fungsi Likelihood yang dapat ditulis pada persamaan (4.39) berikut yaitu :

$$\begin{aligned} L &= \prod_{j=1}^n c(u_j, v_j) \\ \ln L(k) &= \sum_{j=1}^n \ln c(u_j, v_j). \end{aligned} \tag{4.40}$$

1. Nilai Log-Likelihood Clayton

$$\ln L(k) = \sum_{j=1}^n \ln c(u_j, v_j),$$

dimana nilai $c(u, v)$ diperoleh dari :

$$\begin{aligned} c(u, v) &= \frac{\partial^2 C(u, v)}{\partial u \partial v} \\ &= \frac{\partial^2 (u^{-\theta} + v^{-\theta} - 1)^{-\frac{1}{\theta}}}{\partial u \partial v} \\ &= \frac{\partial (u^{-\theta} + v^{-\theta} - 1)^{-\frac{1}{\theta}-1} v^{-\theta-1}}{\partial u} \\ &= (1 + \theta) ((u^{-\theta} + v^{-\theta} - 1)^{-\frac{1}{\theta}-2} v^{-\theta-1} u^{-\theta-1}). \end{aligned} \tag{4.41}$$

Bedasarkan pada persamaan (4.40) sehingga diperoleh nilai Log-Likelihood untuk Copula Clayton yaitu :

$$\begin{aligned}
 \ln L(\theta) &= \sum_{j=1}^n \ln c(u_j, v_j) \\
 \ln L(\theta) &= \sum_{j=1}^n \ln(1 + \theta) ((u_j^{-\theta} + v_j^{-\theta} - 1)^{-\frac{1}{\theta}-2} v_j^{-\theta-1} u_j^{-\theta-1}).
 \end{aligned}
 \tag{4.42}$$

2. Nilai Log-Likelihood Gumbel

$$\ln L(\theta) = \sum_{j=1}^n \ln c(u_j, v_j)$$

dimana nilai $c(u, v)$ diperoleh dari :

$$\begin{aligned}
 c(u, v) &= \frac{\partial^2 C(u, v)}{\partial u \partial v} \\
 &= \frac{\partial^2 e^{-((\ln u)^\theta + (\ln v)^\theta)^{\frac{1}{\theta}}}}{\partial u \partial v} \\
 &= \frac{\partial(e^{-((\ln u)^\theta + (\ln v)^\theta)^{\frac{1}{\theta}}})}{\partial v} (-((\ln u)^\theta + (\ln v)^\theta)^{\frac{1}{\theta}-1}) (\frac{(\ln u)^{\theta-1}}{u}) \\
 &= (\frac{(\ln u)^{\theta-1}}{u}) (\frac{(\ln v)^{\theta-1}}{v}) (e^{-((\ln u)^\theta + (\ln v)^\theta)^{\frac{1}{\theta}}}) (((\ln u)^\theta + (\ln v)^\theta)^{\frac{1}{\theta}-2}) ((\ln u)^\theta + (\ln v)^\theta)^{\frac{1}{\theta}} + (\theta - 1)
 \end{aligned}
 \tag{4.43}$$

Sehingga nilai Log-Likelihood untuk Copula Gumbel adalah

$$\begin{aligned}
 \ln L(\theta) &= \sum_{j=1}^n \ln c(u_j, v_j) \\
 \ln L(\theta) &= \sum_{j=1}^n \ln \left(\left(\frac{(\ln u_j)^{\theta-1}}{u_j} \right) \left(\frac{(\ln v_j)^{\theta-1}}{v_j} \right) (e^{-((\ln u_j)^\theta + (\ln v_j)^\theta)^{\frac{1}{\theta}}}) \right. \\
 &\quad \left. (((\ln u_j)^\theta + \ln v_j)^\theta)^{\frac{1}{\theta}-2} ((\ln u_j)^\theta + (\ln v_j)^\theta)^{\frac{1}{\theta}} + (\theta - 1) \right)
 \end{aligned} \tag{4.44}$$

3. Nilai Log-Likelihood Frank

$$\ln L(\theta) = \sum_{j=1}^n \ln c(u_j, v_j),$$

dimana nilai $c(u, v)$ diperoleh dari :

$$\begin{aligned}
 c(u, v) &= \frac{\partial^2 C(u, v)}{\partial u \partial v} \\
 &= \frac{\partial^2 \left(\frac{1}{\theta} \ln \left(\frac{1 + (e^{\theta u} - 1)(e^{\theta v} - 1)}{e^\theta - 1} \right) \right)}{\partial u \partial v} \\
 &= \frac{\partial}{\partial v} \left(\frac{\frac{1}{\theta} \left(\frac{\theta e^{\theta u} (e^{\theta v} - 1)}{e^\theta - 1} \right)}{\frac{1 + (e^{\theta u} - 1)(e^{\theta v} - 1)}{e^\theta - 1}} \right) \\
 &= \frac{\partial \left(\frac{e^{\theta u} (e^{\theta v} - 1)}{e^\theta - 1 + (e^{\theta u} - 1)(e^{\theta v} - 1)} \right)}{\partial v} \\
 &= \frac{\theta e^{\theta(u+v)} (e^\theta - 1)}{(e^\theta - 1 + (e^{\theta u} - 1)(e^{\theta v} - 1))^2}.
 \end{aligned} \tag{4.45}$$

Sehingga nilai Log-Likelihood untuk Copula Frank adalah

$$\begin{aligned} \ln L(\theta) &= \sum_{j=1}^n \ln c(u_j, v_j) \\ \ln L(\theta) &= \sum_{j=1}^n \ln \frac{\theta e^{\theta(u_j+v_j)}(e^{\theta}-1)}{(e^{\theta}-1 + (e^{\theta u_j}-1)(e^{\theta v_j}-1))^2}. \end{aligned} \quad (4.46)$$

4. *Fitting* Copula dengan MLE

Tabel 4.14: Hasil *Fitting* Copula dengan MLE

No.	Jenis Copula Archimedean	Log-Likelihood
1	Clayton	0.0995
2	Gumbel	0.0248
3	Frank	0.0017

Model terbaik dipilih berdasarkan hasil *fitting* MLE dengan melihat nilai log-likelihood terbesar dan nilai estimasinya bersifat signifikan, sehingga struktur dependensi antara produksi padi dan curah hujan mengikuti jenis copula Clayton karena nilai copula Clayton memiliki nilai log-likelihood terbesar. Pola hubungan untuk produksi padi dan curah hujan di Tabanan Bali mengikuti jenis Copula Clayton yang memiliki *tail* dependensi dibawah, sehingga disimpulkan bahwa kejadian ekstrim terjadi ketika curah hujan dan produksi padi nilainya rendah. Semakin rendah curah hujan dan produksi padi maka hubungannya semakin kuat, artinya jika curah hujan turun maka produksi padi di Tabanan Bali akan mengalami penurunan.

BAB V

PENUTUP

Pada bab ini, diberikan kesimpulan yang diperoleh dari tugas akhir ini serta saran untuk penelitian selanjutnya.

5.1 Kesimpulan

Berdasarkan analisis dan pembahasan pada bab sebelumnya, kesimpulan dari tugas akhir ini adalah sebagai berikut:

1. Model peramalan yang sesuai untuk curah hujan di Tabanan Bali pada tahun 2017 yaitu SARIMA $([1, 2, 6], 1, 0)(0, 1, 1)^{12}$, dengan hasil proses peramalannya memiliki nilai maksimum pada bulan Februari yaitu 31.018632 mm/hari, nilai minimum pada bulan September dengan hasil ramalan yaitu 1.4936696 mm/hari dan nilai rata-rata dari hasil proses peramalannya adalah 16.595388 mm/hari.
2. Berdasarkan nilai estimasi parameter bentuk GPD pada periode I (2008-2012) dan periode II (2013-2017) terjadinya perubahan distribusi antara kedua periode tersebut, sehingga menandakan adanya deteksi terhadap terjadinya perubahan iklim di Tabanan Bali. Namun, perubahan iklim tersebut tidak terjadi terlalu signifikan karena dilihat dari *confidence interval* pada kedua periode tersebut.
3. Identifikasi pola hubungan antara produksi padi dan curah hujan di Tabanan Bali dengan pendekatan Copula menghasilkan hubungan yang lebih spesifik antara kedua variabel. Pola hubungan antara produksi padi dan curah hujan di Tabanan Bali mengikuti jenis Copula Clayton dengan hasil estimasi

parameternya yaitu $\hat{\theta} = 0.1145$ dan nilai log-likelihoodnya adalah 0.0995. Copula Clayton memiliki *tail dependensi* di bawah, yang artinya kejadian penurunan intensitas pada curah hujan dapat mempengaruhi penurunan produksi padi di Tabanan Bali.

5.2 Saran

Adapun saran yang diberikan untuk penelitian selanjutnya berdasarkan penelitian yang telah dilakukan adalah menggunakan jumlah data yang lebih besar agar dalam hasilnya lebih akurat serta menggunakan metode pendekatan estimasi parameter lainnya yang dapat menyelesaikan persamaan pdf dari GPD dan persamaan pdf dari Fungsi Copula.

DAFTAR PUSTAKA

- [1] BPS Provinsi Bali., 2013, **Tinjauan Perekonomian Bali 2013**, [http:// bali.bps.go.id /webbeta/ website/ pdfpublikasi/Tinjauan/20Perekonomian/20Bali/202013.pdf](http://bali.bps.go.id/webbeta/website/pdfpublikasi/Tinjauan/20Perekonomian/20Bali/202013.pdf), (diakses pada 21 Juni 2017).
- [2] Antara Bali., 2015, **Tabanan Kontribusi Terbesar Produksi Padi di Bali** , [http: // www.antarabali.com/ berita/ 69157/ tabanan-kontribusi -terbesar-produksi-padi-di-bali](http://www.antarabali.com/berita/69157/tabanan-kontribusi-terbesar-produksi-padi-di-bali), (diakses pada 21 Juni 2017).
- [3] Wikipedia. **Perubahan Iklim**, [https://id.wikipedia.org/ wiki / Perubahan-iklim](https://id.wikipedia.org/wiki/Perubahan-iklim), (diakses pada 21 Juni 2017).
- [4] Box, G.E.P., Jenkins, G.M. dan Reinsel, G.C., 1994, **Time series analysis forecasting and control (3rd edition)**. Prentice Hall, Englewood Cliffs.
- [5] Hanke, J.E. dan Wichern D.W., 2009, **Business Forecasting (9th edition)**. New Jersey: Pearson Prentice-Hall, Inc.
- [6] Kotz,S. dan Nadarajah,S., 2000, **Extreme Value Distributions Theory and Applications**. Imperial College Press.
- [7] Wang, A., 2010, **Goodness of Fit Tests For Archimedean Copula Models**. Statistica Sinica.
- [8] Irwan, S. dan Ismaini, Z., 2012, **Estimasi Parameter Copula Archimedean dan Aplikasinya pada Klimatologi**. Institut Teknologi Sepuluh Nopember.

- [9] Sodiq, Jaffarus., Setiawan., dan Sutikno., 2012, **Pengukuran Risiko pada Klaim Asuransi "X" dengan Menggunakan Metode Generalized Extreme Value dan Generalized Pareto Distribution**. Institut Teknologi Sepuluh Nopember
- [10] Prasanna, S., 2013, **Probability and Mathematical Statistics** . Department of Mathematics University of Louisville Louisville, KY 40292 USA.
- [11] Hidayati, Nurul., dan Suryanto., 2015, **Pengaruh Perubahan Iklim terhadap Produksi Pertanian dan Strategi Adaptasi pada Lahan Rawan Kekeringan**, <https://media.neliti.com/media> (diakses 11 Agustus 2017)
- [12] Linda, Puspa., 2014, **Peramalan Penjualan Produksi Teh Botol Sosro pada PT. Sinar Sosro Sumatera Bagian Utara Tahun 2014 dengan Metode ARIMA BOX-JENKINS**, <https://media.neliti.com/media/publications/221484-none.pdf>. (diakses pada 12 Agustus 2017).
- [13] Udayani, Luh., Sumarjaya,Wayan., dan Susilawati,Made., 2016, **Analisa Hubungan Produksi Padi dan Indikator Enso di Kabupaten Tabanan dengan Pendekatan Copula**. Universitas Udayana.
- [14] Wei, W.W.S., 1990, **Time Series Analysis : Univariate and Multivariate Methods**. Addison-Wesley Publishing Co., USA.
- [15] Nelsen,R.B, 2006, **An Introduction to Copulas**. Springer 2nd end., New York.
- [16] Nur, K. dan Sutikno., 2015, **Analisis Hubungan Curah Hujan dan Indikator *El-Nino Southern Oscillation* di Sentra Produksi Padi Jawa Timur dengan Pendekatan Copula**. Institut Teknologi Sepuluh Nopember Surabaya.

LAMPIRAN A

Listing Program Matlab dari Proses Peramalan Curah Hujan dengan Metode ARIMA di Tabanan Bali

```

1| % menentukan pola curah hujan di Tabanan Bali
2| T = length(ch);
3| plot(ch)
4| xlim([1,T])
5| title('Pola Data Curah Hujan di Tabanan Bali')
6| xlabel('Bulan')
7| ylabel('curah hujan (mm/hari)')
8| legend({'2007' '2008' '2009' '2010' '2011' '2012' '2013' '2014'
          '2015' '2016'})
9| %menentukan time series plot curah hujan di tabanan bali
10| plot(hujan)
11| T = length(hujan);
12| xlim([1,T])
13| title('Time Series Plot Curah Hujan di Tabanan Bali')
14| ylabel('curah hujan (mm/hari)')
15| %Transformasi Box Cox
16| %[transformasi, lambda]=boxcox(hujan)
17| %melihat plot data hasil transformasi Box Cox
18| plot(datatrans)
19| T = length(datatrans);
20| xlim([1,T])
21| title('Plot Data Curah Hujan Hasil Transformasi Box Cox')
22| ylabel('curah hujan (mm/hari)')
23| autocorr(datatrans,60)
24| title('ACF untuk Data Transformasi Curah Hujan di Tabanan
    Bali')
25| [ACF1]= autocorr(datatrans)
26| xlim([1,60])
27| [dy] = diff(datatrans,1)%dilakukan proses differencing
28| autocorr(dy,60) %ACF dif 1 lag
29| title('ACF Differencing 1 Curah Hujan')
30| xlim([1,60])
31| A1 = LagOp([1,-1],'Lags',[0,1]);
32| A12 = LagOp([1,-1],'Lags',[0,12]);
33| dY = filter(A1*A12,datatrans); %dilakukan dif 12 lag pada data
    curah hujan
34| DIFF = [dY]

```

```
35| autocorr(DIFF,60)
36| title('ACF Differencing 12 Curah Hujan')
37| xlim([0,60])
38| parcorr(DIFF,60)
39| title('PACF Differencing 12 Curah Hujan')
40| xlim([0,20])
41| plot(DIFF)
42| T = length(DIFF);
43| hold on
44| plot(get(gca,'xlim'),[0 0], 'r:')
45| xlim([1,T])
46| title('Time Series Plot Data Curah Hujan Hasil Differencing 12
lag')
47| hold off
48| Mdl = arima('Constant',0,'D',1,'Seasonality',12,...
49| 'ARLags',[1 2 6],'SMA Lags',12);
50| fit = estimate(Mdl,datatrans);
```

LAMPIRAN B

Listing Program SAS untuk Identifikasi Model ARIMA untuk Peramalan Curah Hujan di Tabanan Bali

```

data inflow;
input y;
cards;
1.611916095
1.799925035
2.62260247
.
.
.
1.075972914
2.025878823
1.969105117
2.393958455
proc arima data = inflow;
    identify var=y(1,12) nlag=48;
run;
    estimate p={1,2,6} q={12} method=cls noconstant;
run;
    forecast out = inflow lead=12;
run;
proc univariate data=inflow normal;
    var residual;
run;

```

"Halaman ini sengaja dikosongkan."

LAMPIRAN C

Running Program SAS untuk Identifikasi Model ARIMA untuk Peramalan Curah Hujan di Tabanan Bali

```

The SAS System      15:10 Thursday, October 11, 2017      6

The ARIMA Procedure

Conditional Least Squares Estimation

Parameter      Estimate      Standard      t Value      Approx      Lag
                  Error
MA1,1           0.67161          0.07674        8.75        <.0001      12
AR1,1          -0.43727          0.08918       -4.90        <.0001       1
AR1,2           -0.31176          0.09923       -3.46        0.0008       2
AR1,3           -0.27781          0.08528       -3.26        0.0015       6

Variance Estimate      0.172163
Std Error Estimate      0.414925
AIC                     119.3295
SBC                     130.0208
Number of Residuals      107
* AIC and SBC do not include log determinant.

Correlations of Parameter Estimates

Parameter      MA1,1      AR1,1      AR1,2      AR1,3
MA1,1          1.000      0.071     -0.088     -0.042
AR1,1           0.071      1.000      0.313      0.018
AR1,2          -0.088      0.313      1.000     -0.032
AR1,3          -0.042      0.018     -0.032      1.000

Autocorrelation Check of Residuals

To      Chi-      DF      Pr >
Lag      Square
-----
6        2.79        2      0.2480   -0.018   0.001   -0.020   -0.120   -0.095   0.021
12       8.74        8      0.3659   0.006   0.007   0.002   -0.209   0.018   0.074
18       9.60       14      0.7766   -0.035   0.014   0.025   0.046   -0.003   0.064
24      12.92       20      0.8807   0.068   0.035   0.014   -0.065   0.044   -0.103
30      14.64       26      0.9635   -0.082   0.040   -0.029   0.042   -0.027   0.016
36      17.79       32      0.9799   -0.067   -0.007   0.047   -0.043   0.089   0.057
42      29.12       38      0.8491   0.124   -0.046   0.193   -0.078   0.001   0.074
48      35.41       44      0.8188   -0.036   -0.015   -0.024   -0.023   -0.138   -0.102

The SAS System      15:10 Thursday, October 11, 2017      8

The ARIMA Procedure

Forecasts for variable y

Obs      Forecast      Std Error      95% Confidence Limits
121      2.6158      0.4149      1.8025      3.4290
122      2.6161      0.4761      1.6829      3.5492
123      2.4080      0.5102      1.4080      3.4081
124      2.3277      0.5735      1.2036      3.4518
125      2.1609      0.6230      0.9399      3.3818
126      1.6393      0.6630      0.3398      2.9387
127      1.6076      0.6746      0.2854      2.9298
128      1.3716      0.7111      -0.0221     2.7653
129      1.1189      0.7464      -0.3440     2.5818
130      1.0647      0.7661      -0.4631     2.4604
131      2.3338      0.7921      0.7813      3.8863
132      2.5984      0.8195      0.9923      4.2045

```

 Tests for Normality

Test	--Statistic---		-----p Value-----	
Shapiro-Wilk	W	0.984594	Pr < W	0.2541
Kolmogorov-Smirnov	D	0.054702	Pr > D	>0.1500
Cramer-von Mises	W-Sq	0.042904	Pr > W-Sq	>0.2500
Anderson-Darling	A-Sq	0.368553	Pr > A-Sq	>0.2500

Quantiles (Definition 5)

Quantile	Estimate
100% Max	0.7939337
99%	0.7375729
95%	0.5925547
90%	0.4839056
75% Q3	0.2577709

LAMPIRAN D

Listing Program Matlab untuk Proses Identifikasi Perubahan Iklim di Tabanan Bali dengan GPD Periode I

```

1| %Threshold untuk periode 1
2| q = quantile(p1,.90);
3| n = numel(y) %jumlah nilai yang berada diatas nilai threshold
4| tr1 = p1(p1>q);
5| Threshold1 = [q] %nilai threshold
6| dataekstrim1 = [tr1] %data yang berada diatas nilai threshold
7| y = p1(p1>q)-q;
8| T1 = [y]
9| [paramEsts,paramCI] = gpfits(y);
10| disp('Nilai Parameter GPD dari Data Curah Hujan dengan estimasi
    parameter MLE')
11| kHat = paramEsts(1) % Tail index parameter
12| kCI = paramCI(:,1)%selang kepercayaan
13| sigmaHat = paramEsts(2) % Scale parameter
14| sigmaCI = paramCI(:,2) %selang kepercayaan
15| %histogram
16| bins = 0:.25:7;
17| h = bar(bins,histc(p1,bins)/(length(p1)*.25),'histc');
18| ygrid = linspace(0,1.1*max(p1),100);
19| line(ygrid,gppdf(ygrid,kHat,sigmaHat));
20| xlim([0,4]);
21| title('Heavy Tail Plot Curah Hujan Kabupaten Tabanan Pos
    Candikuning Periode I')
22| xlabel('Curah Hujan (cm/hari)');
23| ylabel('Probability Density');
24| [nll,acov] = gpfit(paramEsts, y); %standar error
25| stdErr = sqrt(diag(acov))
26| %test Kolmogorov Smirnov
27| disp('Test Kolmogorov Smirnov')
28| rata = mean(tr1)
29| standardeviasi = std(tr1)
30| x = (tr1-rata)/standardevisasi;
31| h = kstest(x)
32| disp('Test Uji Kesesuaian Distribusi dengan melihat p-value')
33| test_cdf =
    makedist('tlocationsscale','mu',rata,'sigma',standardevisasi);
34| [h,p] = kstest(tr1,'CDF',test_cdf,'Alpha',0.05)
35|

```

"Halaman ini sengaja dikosongkan."

LAMPIRAN E

**Listing Program Matlab untuk Proses Identifikasi Perubahan
Iklim di Tabanan Bali dengan GPD Periode II**

```

35| %Threshold untuk periode 2 (terdapat data hasil peramalan)
36| q2 = quantile(p2,.90);
37| n2 = numel(y2)
38| tr = p2(p2>q2);
39| Threshold = [q2] %nilai threshold
40| dataekstrim = [tr] %data yang berada diatas nilai threshold
41| y2 = p2(p2>q2)-q2; %nilai pengurangan antara threshold dengan
    nilai data asli
42| T2 = [y2]
43| disp('Nilai Parameter GPD dari Data Curah Hujan dengan estimasi
    parameter MLE')
44| [paramEsts,paramCI] = gpdfit(y2);
45| kHat2 = paramEsts(1) % Tail index parameter
46| kCI2 = paramCI(:,1)%selang kepercayaan
47| sigmaHat2 = paramEsts(2) % Scale parameter
48| sigmaCI2 = paramCI(:,2) %selang kepercayaan
49| %histogram
50| bins = 0:.25:7;
51| h = bar(bins,histc(p2,bins)/(length(p2)*.25),'histc');
52| ygrid = linspace(0,1.1*max(p2),100);
53| line(ygrid,gppdf(ygrid,kHat,sigmaHat));
54| xlim([0,4]);
55| title('Heavy Tail Plot Curah Hujan Kabupaten Tabanan Pos
    Candikuning Periode II')
56| xlabel('Curah Hujan (cm/hari)');
57| ylabel('Probability Density');
58| [nll,acov] = gplike(paramEsts, y); %standar error
59| stdErr = sqrt(diag(acov))
60| %test Kolmogorov Smirnov
61| disp('Test Kolmogorov Smirnov')
62| rata2 = mean(tr)
63| standardeviasi2 = std(tr)
64| x2 = (tr-rata2)/standardevisasi2;
65| h = kstest(x2)
66| test_cdf =
    makedist('tlocationscale','mu',rata2,'sigma',standardevisasi2);
67| [h3,p3] = kstest(tr,'CDF',test_cdf,'Alpha',0.05)
68|

```

"Halaman ini sengaja dikosongkan."

LAMPIRAN F

Listing Program Matlab untuk Proses Identifikasi Pola Hubungan Produksi Padi dan Curah Hujan dengan Copula

```

1| $rata-rata produksi padi selama 4 tahun (2012 sampai 2016)
2| T = length(rpd);
3| plot(rpd)
4| xlim([1,T])
5| title('Pola Data Rata-Rata Produksi Padi di Tabanan Bali')
6| xlabel('Bulan')
7| ylabel('Rata-Rata Produksi Padi (Ton)')
8|
9| $rata-rata curah hujan selama 4
10|     T1 = length(rch);
11|     plot(rch)
12|     xlim([1,T1])
13|     title('Pola Data Rata-Rata Curah Hujan di Tabanan Bali')
14|     xlabel('Bulan')
15|     ylabel('Rata-Rata Curah Hujan (mm/hari) ')
16|
17|     % Scatterplot Curah Hujan dan Produksi Padi
18|     scatterhist(x,y)
19|     title('Pola Hubungan Antara Produksi Padi dan Curah Hujan di
    Tabanan Bali')
20|     xlabel('Produksi Padi')
21|     ylabel('Curah Hujan')
22|     %menghitung nilai Tau Kendall
23|     [r,p]=corr(x,y,'type','Kendall')
24|     %menghitung estimasi parameter copula
25|     A = (2*r)/(1-r);
26|     ClaytonParameter = [A]
27|     B= 1/(1-r);
28|     GumbelParameter = [B]
29|     disp('Parameter Copula Clayton');
30|     theta1= copulaparam('clayton',r)
31|     disp('Parameter Copula Gumbel');
32|     theta2= copulaparam('gumbel',r)
33|     disp('Parameter Copula Frank');
34|     theta3= copulaparam('frank',r)

```

```

36| %Scatterplo Transformasi data Curah hujan dan Produksi Padi
    pada UNIF[0,1]
37| u=ksdensity(x,x,'function','cdf');
38| v=ksdensity(y,y,'function','cdf');
39| scatterhist(u,v)
40| title('Pola Hubungan Transformasi UNIF[0,1] Produksi Padi dan
    Curah Hujan di Tabanan Bali')
41| xlabel('Produksi Padi')
42| ylabel('Curah Hujan')
43| u = ksdensity(x,x,'function','cdf');
44| v= ksdensity(y,y,'function','cdf');
45|
46| %mencari Standar Error dan Zhitung untuk estimasi parameter
    Copula
47| [m n]=size(L);
48|
49| w = 1/m:1/m:m:1; %grid
50|
51| for i=1:m
52|     z(i) = sum((L(:,1)<L(i,1)).*(L(:,2)<L(i,2)))/(m-1);
53| end
54|
55| for i=1:m
56|     t(i)=sum(z'<=w(i))/m; %empirical copula on the main
        diagonal
57| end
58|     o = w*(1+1/theta1)-1/theta1*w.^(theta1+1);
59|     o1 = w.*(1-1/theta2*log(w));
60|     o2 = w + (log((exp(-theta3*w)-1)/(exp(-theta3)-
        1))).*(exp(-theta3*w)-1)/theta3./exp(-theta3*w);
61|
62| SEclayton = sum((t-o).^2)
63| SEgumbel = sum((t-o1).^2)
64| SEfrank = sum((t-o2).^2)
65|

```



```

66|      Zclayton= (theta1)/SEclayton
67|      Zgumbel = (theta2)/SEGumbel
68|      Zfrank = (theta4)/SEfrank
69|
70|      %Fitting Copula dengan MLE
71|      C = sum(log((theta1+1)*(u.^(-theta1)+v.^(-theta1)-1).^(1/theta1-2).*u.^(-theta1-1).*v.^(-theta1-1) ));
72|      G = sum(log( exp(-((-log(u)).^theta2 + (-log(v)).^theta2).^(1./theta2)).*(-log(u)).^(theta2-1).*(-log(v)).^(theta2-1)/u./v.*((-log(u)).^theta2+(-log(v)).^theta2).^(1./theta2-2).*( (-log(u)).^theta2+(-log(v)).^theta2).^(1./theta2) + theta2 - 1 ) ));
73|      F = sum((-theta3*exp(-theta3*(u+v)).*(exp(-theta3)-1)./(exp(-theta3)-1+(exp(-theta3*u)-1).*(exp(-theta3*v)-1)).^2 ));
74|      MLEC = [C]
75|      MLEG = [G]
76|      MLEF = [F]
77|      %Copula Frank Untuk eksponensial yang tidak negatif
78|      theta4= -0.4885;
79|      G = sum((theta4*exp(theta4*(u+v)).*(exp(theta4)-1)./(exp(theta4)-1+(exp(theta4*u)-1).*(exp(theta4*v)-1)).^2 ));
80|      MLEG =[G]

```

"Halaman ini sengaja dikosongkan."

LAMPIRAN G

Listing Program Matlab untuk Estimasi Parameter Copula dengan Tau Kendall

```

1| %Listing kodingan untuk fungsi copulaparam (estimasi copula dengan
   pendekatan tau kendall)
2| function param = copulaparam(type,tau)
3| %tau merupakan nilai tau kendall, pada kodingan sebelumnya dimisalkan
   r
4| case {'clayton' 'frank' 'gumbel'}
5|     if (numel(tau) ~= 1) || (tau < -1 | 1 < tau)|
6|         error('TAU must be a correlation coefficient between -1 and
           1. ');
7|     end
8|     switch lower(type)
9|     case 'clayton'
10|         if tau < 0
11|             error('TAU must be nonnegative for the Clayton
               copula. ');
12|         end
13|         param = 2*tau ./ (1-tau);
14|     case 'frank'
15|         if tau == 0
16|             param = 0;
17|         elseif abs(tau) < 1
18|             % There's no closed form for alpha in terms of tau, so
               alpha has to be
19|             % determined numerically.
20|             warn =
               warning('off','MATLAB:fzero:UndeterminedSyntax');
21|             param = fzero(@frankRootFun,sign(tau),[],tau);
22|             warning(warn);
23|         else
24|             param = sign(tau).*Inf;
25|         end
26|     case 'gumbel'
27|         if tau < 0
28|             error('TAU must be nonnegative for the Gumbel
               copula. ');
29|         end

```

```
30|         param = 1 ./ (1-tau);
31|     end
32|
33| otherwise
34|     error('Unrecognized copula type: ''%s'',type);
35| end
36|
37|
38| function err = frankRootFun(alpha,targetTau)
39| if abs(alpha) < realmin
40|     tau = 0;
41| else
42|     tau = 1 + 4 .* (debye1(alpha)-1) ./ alpha;
43| end
44| err = tau - targetTau;
```

LAMPIRAN H

BIODATA PENULIS

Penulis memiliki nama lengkap I Gusti Ayu Riska Sri Astari, lahir di Gianyar, pada 27 September 1996. Terlahir sebagai anak pertama dari 3 bersaudara dari pasangan I Gusti Ngurah Dwi Antara Wirawan dan Gusti Ayu Manik Sri Mahayuni. Sejak usia 4 tahun, penulis telah menempuh pendidikan formal dimulai dari TK Kemala Bhayangkari 7 (2000-2002), SD Negeri 5 Karangasem (2002-2008), SMP Negeri 2 Amlapura (2008-2011), dan SMA Negeri 1 Gianyar (2011-2014). Kemudian pada tahun 2014, penulis melanjutkan studi ke jenjang S1 di Departemen Matematika Institut Teknologi Sepuluh Nopember (ITS) Surabaya melalui jalur SNMPTN dengan NRP 06111440000033. Di Departemen Matematika ITS ini, mengambil Bidang Minat Matematika Terapan yang terdiri dari bidang minat Riset Operasi dan Pengolahan Data. Selama menempuh pendidikan di ITS, penulis juga aktif berorganisasi pada Himpunan Mahasiswa Matematika (HIMATIKA) ITS sebagai staf *Student Welfare* (2015-2016) dan sebagai Kabiro Akademik dari Departemen *Student Welfare* (2016-2017), TPKH ITS sebagai staf dari Departemen Pengabdian Masyarakat (2015-2016) dan sebagai salah satu staff ahli Departemen Pengabdian Masyarakat (2016-2017). Penulis juga aktif diberbagai kepanitiaan seperti Olimpiade Matematika ITS (OMITS) 2016 dan OMITS 2017, TPKH Games 2015, Bakti Sosial TPKH ITS (2016), dan lain sebagainya. Penulis juga dalam masa perkuliahannya menjadi Asisten Dosen Mata Kuliah Kalkulus I dan Kalkulus II. Adapun informasi lebih lanjut mengenai Tugas Akhir ini dapat ditujukan ke penulis melalui email *ayuriskaastari@gmail.com*.